

3.1.4 Weitere Merkmale von FP

Hohe Abstraktion des physischen Modells

- keine explizite Verwaltung von Speicherzellen
 - ▷ Variablen sind keine Speicherzellen sondern Namen für einen Wert
 - ⇒ keine explizite Anforderung/Freigabe des benötigten Speichers ⇒ Garbage-Collection
- keine Strukturen zur expliziten Kontrolle des Kontrollflusses
 - ▷ keine Schleifen ⇒ Iteration durch Rekursion ersetzt

```
fun fact n = if n <= 0 then 1
             else n * fact (n - 1)
```

Typ-Inferenz

Typen müssen (meist) nicht explizit spezifiziert werden; sie werden automatisch vom Compiler inferiert

- Deklaration:

```
fun comp (f,g) = fn x => f(g(x))
```

- Compiler antwortet mit dem inferierten Typ:

```
val comp = fn : ('a -> 'b) * ('c -> 'a) -> 'c -> 'b
```

3.1.5 Typische Eigenschaften der FP-Sprachen

- Funktionen sind Werte erster Klasse
- Gute Unterstützung durch das Typ-System (Polymorphie, Typ-Inferenz)
- (Möglichst) keine Seiteneffekte
- Hoher Abstraktionsgrad (Programme sind eher für das Problem als für die Maschine repräsentativ)
- Fall-Unterscheidung für Funktionen durch Muster-Angabe (*pattern matching*)
- Dekomposition eines Wertes durch Pattern-matching
- Automatische Speicherfreigabe (*garbage collection*)

4 Funktionale Programmierung in SML

- [ML](#), 1973 Robin Milner ([M](#)eta-[L](#)anguage: die Spezifikationsprache eines Theorem-Beweis-Programms, 1973 - Robin Milner)
- [SML](#), 1983 Robin Milner: Versuch, die verschiedenen Dialekte von ML zu standardisieren (Standard: SML'97)
- SML-Compiler: SML/NJ, MoscowML, Poly/ML, MLton, SML.NET
- [SML/NJ](#) = Standard-Implementierung
- Verwandte Sprachen: Caml, OCaml

Struktur eines Programms

Programmspezifikation: Menge von Wert-Definitionen.

Programmausführung: Auswertung eines Wertes.

4.1 Die Interpreter-Umgebung

Die SML/NJ Interpreter-Umgebung wird mit `sml` aufgerufen...

```
~/>sml  
Standard ML of New Jersey, Version 110.0.7  
—
```

Definitionen von Variablen, Funktionen u.s.w können direkt eingegeben werden.

Alternativ kann man sie aus einer Datei einlesen:

```
— use "test.sml";  
[opening test.sml]  
val it = () : unit
```

Die Interpreter Umgebung - Ausdrucksauswertung

```
- 1+2;  
val it = 3 : int  
- 1+  
= 2;  
val it = 3 : int
```

- Bei `-` wartet der Interpreter auf Eingabe.
- Bei unvollständiger Eingabe bittet `=` um weitere Eingabe.
- Das `;` bewirkt Auswertung der bisherigen Eingabe.
- Das Ergebnis wird berechnet und mit seinem Typ ausgegeben.

Vorteil: Das Testen von einzelnen Funktionen kann stattfinden, ohne jedesmal neu (alles) zu übersetzen (\mapsto inkrementelle Übersetzung)

4.2 Vordefinierte Datentypen

- Eine funktionale Programmiersprache arbeitet mit einer Menge von Typen
- Ein Typ ist eine Menge von Werten (Konstanten)
- Typen werden als Definitions- und Bildbereich für Funktionen (Operatoren) benutzt

Vordefinierte Basis-Typen in SML

Typ	Konstanten (Beispiele)	Operatoren
<code>int</code>	<code>0 3 ~7</code>	<code>+ - * div mod : int × int ↦ int</code> <code>~ : int ↦ int</code>
<code>real</code>	<code>3.0 7.0</code>	<code>+ - * / : real × real ↦ real</code> <code>~ : real ↦ real</code>
<code>bool</code>	<code>true false</code>	<code>not : bool ↦ bool</code> <code>orelse andalso : bool × bool ↦ bool</code>
<code>string</code>	<code>"hallo"</code>	<code>^ : string × string ↦ string</code>
<code>char</code>	<code>#"a" #"b"</code>	
<code>unit</code>	<code>()</code>	

Typen werden vom Compiler (meist) automatisch erkannt:

```
- 1;  
val it = 1 : int  
  
- 1.0;  
val it = 1.0 : real  
  
- ~3.0/4.0;  
val it = 0.75 : real  
  
- "So" ^ " " ^ "geht" ^ " " ^ "das";  
val it = "So geht das" : string  
  
- 1 > 2 orelse not (2.0 < 1.0);  
val it = true : bool
```

4.3 Variablen

- In FP ist eine Variable ein **Bezeichner** für einen Wert (nicht für eine Speicherzelle wie bei der imperativen Programmierung)
- Die Variable behält dann **für immer** diesen Wert.
- Eine Variable wird mit `val` deklariert und belegt:

```
- val x = 1;  
val x = 1 : int  
- val y = "Eine Zeichenkette";  
val y = "Eine Zeichenkette" : string  
- val z = x+1;  
val z = 2 : int
```

Variablen

- Eine erneute Definition für `x` weist **nicht** `x` einen neuen Wert zu, sondern erzeugt eine **neue** Variable mit Namen `x`. Dadurch ist die alte Definition nicht mehr sichtbar.

```
- val x = 1;  
val x = 1 : int  
- val y = "Eine Zeichenkette";  
val y = "Eine Zeichenkette" : string  
- val z = x+1;  
val z = 2 : int  
- val x = 20;  
val x = 20 : int  
- val t = x+1;  
val t = 21 : int
```

4.4 Funktionen

4.4.1 Funktionen definieren (erste Methode)

- Ein Funktionswert wird mit Hilfe des Schlüsselworts `fn` definiert
- Bsp.: `fn x => x` ist die Identitätsfunktion
- Variablen können Funktionswerte bezeichnen:

```
val identity = fn x => x;  
val identity = fn : 'a -> 'a  
val increment = fn x => x+1;  
val increment = fn : int -> int
```

4.4.2 Funktionsanwendung

Wenn f ein Funktionswert und x ein Wert aus dem Definitionsbereich von f ist, dann ist $\boxed{f\ x}$ (keine Klammern nötig) die Anwendung von f auf x , also der Wert der Funktion f an Stelle x .

```
val identity = fn x => x;  
val identity = fn : 'a -> 'a  
val increment = fn x => x+1;  
val increment = fn : int -> int  
identity 2;  
val it = 2 : int  
increment 3;  
val it = 4 : int  
increment (increment 3);  
val it = 5 : int
```

4.4.3 Funktionen definieren (zweite Methode)

Für die Definition von Funktionswerte gibt es auch eine verkürzte Syntax. Statt:

```
val identity = fn x => x;  
val identity = fn : 'a -> 'a  
val increment = fn x => x+1;  
val increment = fn : int -> int
```

kann man schreiben:

```
fun identity x = x;  
val identity = fn : 'a -> 'a  
fun increment x = x+1;  
val increment = fn : int -> int
```

Rekursive Funktionen

- Ein Wert wie `fn x => x` ist eine **namenlose (anonyme)** Funktion
⇒ keine Definition rekursiver Funktionen möglich
- Nicht namenlose Funktionen erlauben die Definition von rekursiven Funktionen:

```
fun fact n = if n<=0 then 1 else n*(fact (n-1))  
val fact = fn : int -> int  
fact 3;  
val it = 6 : int
```


4.5 Definition neuer Typen

Sei MT die Menge der Typen in der Sprache.

Neue Typen können mit Hilfe von Operatoren konstruiert werden (ähnlich wie Ausdrücke aufgebaut werden), die die Form haben:

$$op : MT^n \mapsto MT \text{ mit } n \geq 0$$

Solche Operatoren heißen **Typ-Operatoren**.

Die vordefinierten Basis-Typen (`real`, `int`, `bool`, `unit`) sind **nullstellige Typ-Operatoren** (Typ-Konstanten).

4.5.1 Produkt-Typen

Der Typ-Operator $*$

$$* : MT^n \mapsto MT \text{ mit } n \geq 2$$

$$\alpha_1 * \alpha_2 * \cdots * \alpha_n = \{(v_1, v_2, \dots, v_n) \mid v_k \in \alpha_k \text{ für alle } k\}$$

Beispiele:

- $int * int = \{(x, y) \mid x, y \in int\}$
 $(1, 2) \in int * int$
- der Typ-Operator $*$ steht zwischen Operanden (*infix operator*)

Produkt-Typ: Beispiele

```
- (1,2);  
val it = (1,2) : int * int  
  
- (1,2,true);  
val it = (1,2,true) : int * int * bool  
  
- (1,(2,true));  
val it = (1,(2,true)) : int * (int * bool)  
  
- ((1,2),true);  
val it = ((1,2),true) : (int * int) * bool
```

Produkt-Typ: Beispiele

– $(1, 2, \text{true}) = (1, (2, \text{true}))$;

stdIn:42.1-42.26 Error: operator and operand don't agree [tycon mismatch]

*operator domain: $(\text{int} * \text{int} * \text{bool}) * (\text{int} * \text{int} * \text{bool})$*

*operand: $(\text{int} * \text{int} * \text{bool}) * (\text{int} * (\text{int} * \text{bool}))$*

in expression:

$(1, 2, \text{true}) = (1, (2, \text{true}))$

– $(1, 2, \text{true}) = (1, 2, \text{true})$;

val it = true : bool

4.5.2 Records-Typen (Verbunde)

Ein Record-Typ besteht aus Tupeln mit benannten Komponenten:

```
– val p1 = {vorName="John", name="Smith", alter="23"};  
val p1 = {alter="23", name="Smith", vorName="John"}  
: {alter:string, name:string, vorName:string}  
  
– val p2 = {vorName="Jan", name="Smith", alter="23"};  
val p2 = {alter="23", name="Smith", vorName="Jan"}  
: {alter:string, name:string, vorName:string}  
  
– val p3 = {vorName="Jan", name="Smith"};  
val p3 = {name="Smith", vorName="Jan"}  
: {name:string, vorName:string}
```

Records

- Zwei Record-Typen sind gleich wenn sie gleich viele Komponente haben, jeweils mit dem selben Namen und dem selben Typ:

```
– p2 = p3;
```

```
stdIn:41.1-41.8 Error: operator and operand don't agree [tycon mismatch]
```

```
operator domain: {alter:string, name:string, vorName:string}
```

```
* {alter:string, name:string, vorName:string}
```

```
operand: {alter:string, name:string, vorName:string}
```

```
* {name:string, vorName:string}
```

```
in expression:
```

```
p2 = p3
```

Records

- Zwei Record-Werte (\equiv Records) sind gleich, wenn sie vom selben Typ sind, und die jeweiligen Komponenten gleich sind

```
- val p1 = {vorName="John", name="Smith", alter="23"};  
val p1 = {alter="23", name="Smith", vorName="John"}  
: {alter:string, name:string, vorName:string}  
  
- val p2 = {vorName="Jan", name="Smith", alter="23"};  
val p2 = {alter="23", name="Smith", vorName="Jan"}  
: {alter:string, name:string, vorName:string}  
  
- p1 = p2;  
val it = false : bool
```

Records

- Reihenfolge ist irrelevant

```
- {name="Schwarz", vorName="Peter", alter="25"} =  
  {name="Schwarz", alter="25", vorName="Peter"};  
val it = true : bool
```

- Tupel sind eine Spezialschreibweise für Records

```
- {1=true, 2="Martin"};  
val it = (true, "Martin") : bool * string  
- {1=3, 2=5};  
val it = (3, 5) : int * int
```


4.5.3 Summen-Typen

- Da ein Typ eine Menge von Werten ist, kann man ihn angeben, indem man spezifiziert, wie die Werte **konstruiert** werden.
- Werte eines Typs werden mit Hilfe von (Typ-)**Konstruktoren** aufgebaut.
- Bei endlichen Typen kann man alle Elemente aufzählen
→ **Aufzählungstypen**.

Aufzählungstypen (*enumeration types*)

- werden durch das Schlüsselwort `datatype` definiert.
- bestehen aus **Konstanten** (nullstellige Konstruktoren) mit symbolischen Namen getrennt durch “|”.

```
– datatype Farbe = Karo | Herz | Pik | Kreuz  
= datatype Wert = Neun | Zehn | Bube | Dame | Koenig | As;  
datatype Farbe = Herz | Karo | Kreuz | Pik  
datatype Wert = As | Bube | Dame | Koenig | Neun | Zehn
```

Aufzählungstypen (*enumeration types*)

- Der Compiler erkennt den Typ eines Wertes anhand des Konstruktors:

```
- datatype Farbe = Karo | Herz | Pik | Kreuz
= datatype Wert = Neun | Zehn | Bube | Dame | Koenig | As;
datatype Farbe = Herz | Karo | Kreuz | Pik
datatype Wert = As | Bube | Dame | Koenig | Neun | Zehn
- Kreuz;
val Kreuz : Farbe
- val pik_bube = (Pik, Bube);
val pik_bube = (Pik, Bube) : Farbe * Wert
```

Aufzählungstypen vs. ad-hoc Kodierungen

Mögliche Kodierung: Benutze Paare von Strings und Zahlen, z.B.

("Karo", "10") ≡ Karo Zehn

("Kreuz", "12") ≡ Kreuz Bube

("Pik", "1") ≡ Pik As

Nachteile:

- Beim Test auf eine Farbe muß immer ein String-Vergleich stattfinden → ineffizient!
- Darstellung des Buben als 12 ist nicht intuitiv → unleserliches Programm!
- Welche Karte repräsentiert das Paar ("Kaor", "1")?
(Tippfehler werden vom Compiler nicht bemerkt)

Besser als ad-hoc Kodierungen: Aufzählungstypen

```
– datatype Farbe = Karo | Herz | Pik | Kreuz  
= datatype Wert = Neun | Zehn | Bube | Dame | Koenig | As;  
datatype Farbe = Herz | Karo | Kreuz | Pik  
datatype Wert = As | Bube | Dame | Koenig | Neun | Zehn
```

Vorteile:

- Darstellung ist intuitiv.
- Tippfehler werden erkannt:

```
– (Kaor, As);  
stdIn:29.2-29.6 Error: unbound variable or constructor: Kaor
```

- Interne Repräsentation ist effizient.

Aufzählungstypen vs. Basis-Typen

Manche Basis-Typen können als spezielle vordefinierte Aufzählungstypen aufgefasst werden:

- `datatype bool = true | false`
- `datatype char = #"a" | #"b" | #"c" | ...`
- `datatype int = ... | ~2 | ~1 | 0 | 1 | 2 | ...`

Verallgemeinerung: Summentypen

- Im Allgemeinen können nicht alle Werte eines Typen aufgezählt werden.
- Stattdessen **konstruiert** man neue Werte aus Werten eines anderen Typen \mapsto **einstellige Konstruktoren**.
- Ein neuer Typ wird definiert indem man alle seine (nullstelligen und einstelligen) Konstruktoren spezifiziert \mapsto **Summentypen**
- werden mit Hilfe von `datatype` eingeführt
`datatype = Konstruktor1 | Konstruktor1 | ... | Konstruktorn`

Summentypen

Ein Konstruktor c eines Typen $T \in MT$ kann als Funktion aufgefasst werden:

- nullstellig: $c : \bullet \mapsto T$
- einstellig: $c : T_1 \mapsto T$ mit $T_1 \in MT$
- Beispiel:

```
datatype Farbe = Rot | Blau | RGB of (int*int*int)
```

$$\text{Farbe} = \{\text{Rot}\} \cup \{\text{Blau}\} \cup \{\text{RGB } (x, y, z) \mid x, y, z \in \text{int}\}$$

Summentypen: Beispiel

```
datatype Farbe = Rot | Blau | RGB of (int*int*int)
```

- Der Compiler erkennt den Typ eines Wertes anhand des Konstruktors:

```
- Rot ;  
val it = Rot : Farbe  
- RGB (80,200,130);  
val it = RGB (80,200,130) : Farbe
```

4.5.4 Pattern-Matching

Werte eines selben Typs können unterschiedlich behandelt werden, je nachdem mit welchem Konstruktor sie erzeugt wurden \implies

Fall-Unterscheidung (*pattern matching*)

Die Fall-Unterscheidung erfolgt mit Hilfe des **case**-Ausdruckes:

```
case Ausdruck of
  Muster1 => Ausdruck1
| Muster2 => Ausdruck2
  ... =>
| Mustern => Ausdruckn
```

Pattern-Matching

case *Ausdruck* of *Muster*₁ \Rightarrow *Ausdruck*₁

...

|*Muster*_{*n*} \Rightarrow *Ausdruck*_{*n*}

- *Muster*₁, *Muster*₂ ..., *Muster*_{*n*} spezifizieren die zutreffende Struktur via Konstruktoren und Variablen
- *Ausdruck*₁, *Ausdruck*₂ ..., *Ausdruck*_{*n*} müssen alle den selben Typ haben; das ist der Typ des gesamten case-Ausdrucks
- Wenn *Muster*_{*i*} das erste zutreffende Muster (*pattern*) für den Wert von *Ausdruck* ist, ist der Wert des case-Ausdrucks gleich der Wert von *Ausdruck*_{*i*}.

Beispiel:

```
datatype Farbe = Rot | Blau | RGB of (int*int*int)
```

```
- val f = RGB (80,200,130);
```

```
val f = RGB (80,200,130) : Farbe
```

```
- val description = case f of
```

```
    Rot => "pure red"
```

```
  | Blau => "pure black"
```

```
  | RGB(80,200,130) => "Possibly Jamaica"
```

```
val description = "Possibly Jamaica" : string
```

Der If-Ausdruck

Oft findet die Fallunterscheidung über einen Wert vom Typ `bool`:

```
val fun max (x,y) = case x>= y of true => x
                    | false => y;
val max = fn : int * int -> int

max (3 ,2);
val it = 3 : int
```

Dafür gibt es eine alternative, kürzere Syntax:

```
val fun max (x,y) = if x>= y then x
                    else y;
val max = fn : int * int -> int
```

Der If-Ausdruck

Im Allgemeinen:

$$\begin{array}{|l} \text{case } Expr \text{ of} \\ \quad \text{true} \Rightarrow Expr_1 \\ \quad | \\ \quad \text{false} \Rightarrow Expr_2 \end{array} \equiv \begin{array}{|l} \text{if } Expr \text{ then } Expr_1 \\ \text{else } Expr_2 \end{array}$$



If ist ein Ausdruck

```
fun handlePlural number what =  
  what ^ (if number > 1 then "s" else "")  
val handlePlural = fn : int -> string -> string  
- handlePlural 5 "student";  
val it = "students" : string
```

In imperativen Sprachen wird zwischen Anweisungen und Ausdrücken unterschieden.

In funktionalen Sprachen sind **alle** Konstrukte Ausdrücke.

Der If-Ausdruck

```
if Expr then Expr1  
else Expr2
```



*Expr*₁ und *Expr*₂ müssen den selben Typ haben.

```
fun inverse x =  
  if x > 0.0001 then 1.0/x else "a to large number";  
stdin:43.17-43.52 Error: types of rules don't agree [tycon mismatch]  
earlier rule(s): bool -> real  
this rule: bool -> string  
in rule:  
false => "error"
```

Pattern-Matching mit Variablen-Bindung

- Patterns können Variablen enthalten
- Beim Pattern-Matching über einen Wert werden die Variablen automatisch zu den entsprechenden Teilen des Wertes gebunden
- Die im Muster $Muster_i$ gebundenen Variablen sind im Ausdruck $Ausdruck_i$ sichtbar

```
- val f = RGB (80,200,130);  
val f = RGB (80,200,130) : Farbe  
- val description = case f of Rot => "pure red"  
                      | Blau => "pure blue"  
                      | RGB(x,y,z) =>  
                        if (x=y) andalso (y=z) then "white"  
                        else "something else";  
val description = "something else": string
```


Pattern-Matching mit Variablen-Bindung

- Wenn man eine Variablen-Bindung nicht braucht kann man _ (Unterstrich) benutzen

```
- val f = RGB (80,200,130);  
val f = RGB (80,200,130) : Farbe  
- val description = case f of  
    Rot => "pure red"  
  | Blau => "pure blue"  
  | RGB(x,y,-) =>  
    if (x=y) then "kind of yellow"  
    else "something else";  
val description = "something else" : string
```

Pattern-Matching mit Variablen-Bindung

- ist ein wichtiges Feature, die die Dekomposition eines Wertes in seine Teile unterstützt
- Zusätzlich überprüft der Compiler automatisch, ob die Patterns **redundant** oder **unvollständig** sind...

Unvollständige Patterns

```
- val description = case f of Rot => "pure red"  
    | Blau => "pure blue"  
    | RGB(80,200,130) => "kind of green" ;
```

stdin:78.13-108.57 Warning: match nonexhaustive

Rot => ...

Blau=> ...

RGB (80,200,130) => ...

val description = "kind of green": string

Alle Fälle sollten behandelt werden, evt. ähnlich wie unten:

```
- val description = case f of Rot => "pure red"  
    | Blau => "pure blue"  
    | RGB(80,200,130) => "kind of green"  
    | _ => "don't know" ;
```

val description = "kind of green": string

Redundante Patterns

```
- val description = case f of
    Rot => "pure red"
  | Blau => "pure blue"
  | RGB(x,y,z) => "RGB colour"
  | RGB(80,200,130) => "kind of green";
```

stdin:125.8-139.57 Error: match redundant

Rot => ...

Blau => ...

RGB (x,y,z) => ...

-- > RGB (80,200,130) => ...

Redundante Patterns

Achtung: Die Reihenfolge ist wichtig

```
- val description = case f of
    Rot => "pure red"
  | Blau => "pure blue"
  | RGB(80,200,130) => "kind of green";
  | RGB(x,y,z) => "RGB colour"
val description = "kind of green": string
```