Diskussion:

- Die Übersetzung der Gleichung $\tilde{X} = t$ ist sehr einfach :-)
- Oft werden die gerad konstruierte Halden-Objekte sofort Müll :-(

Idee 2:

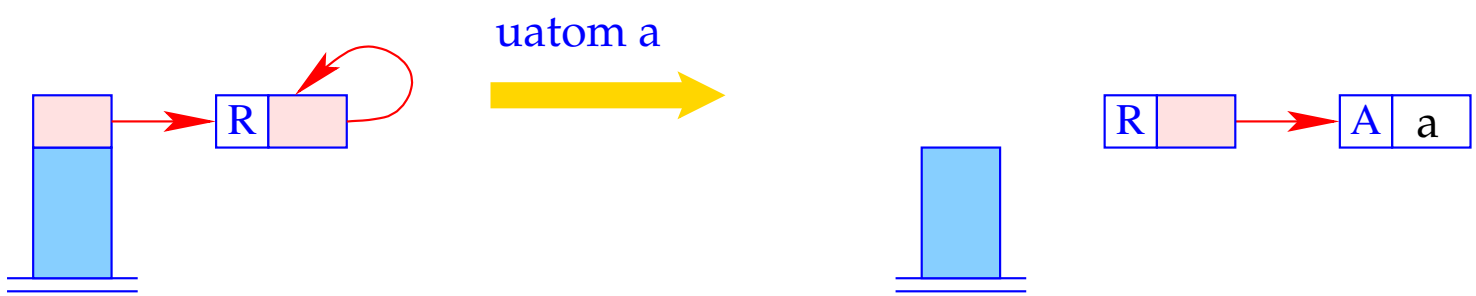
- Lege einen Verweis auf die aktuelle Bindung von X oben auf den Keller.
- Vermeide die Konstruktion von Termen soweit möglich!
- Übersetze t in eine Instruktions-Folge, die die Unifikation mit t implementiert !!!

$$\begin{aligned} \text{code}_G\ (\tilde{X} = t)\ \rho \quad &= \quad \text{put}\ \tilde{X}\ \rho \\ & \qquad\ \ \text{code}_U\ t\ \rho \end{aligned}$$

Betrachten wir zuerst Unifikation nur für Atome und Variablen:

$$
\begin{array}{lcl}
\text{code}_U\ a\ \rho & = & \text{uatom a} \\
\text{code}_U\ X\ \rho & = & \text{uvar}\ (\rho\, X) \\
\text{code}_U\ _\ \rho & = & \text{pop} \\
\text{code}_U\ \bar{X}\ \rho & = & \text{uref}\ (\rho\, X) \\
 & \ldots & \text{// wird fortgesetzt} \quad \text{:-)}
\end{array}
$$

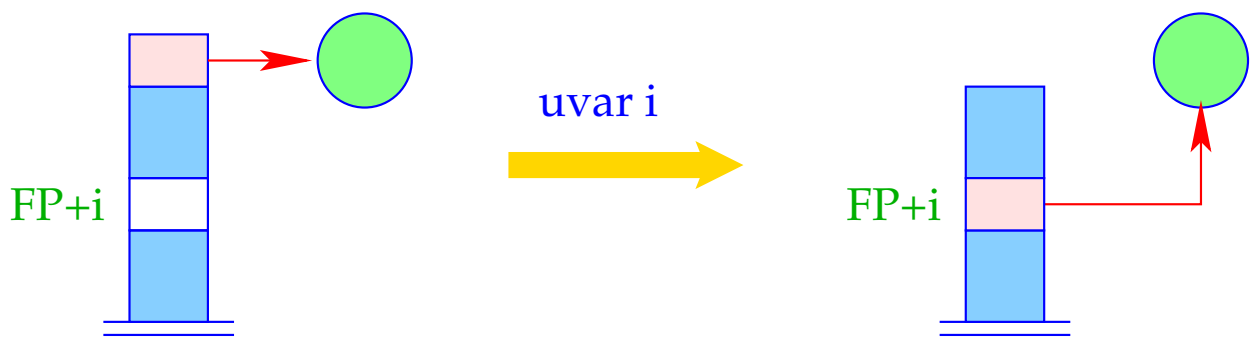
Die Instruktion uatom a implementiert die Unifikation mit dem Atom a:




```
v = S[SP]; SP−−;
switch (H[v]) {
case (A, a):      break;
case (R,_) :      H[v] = (R, new (A, a));
                  trail (v); break;
default:          backtrack();
}
```

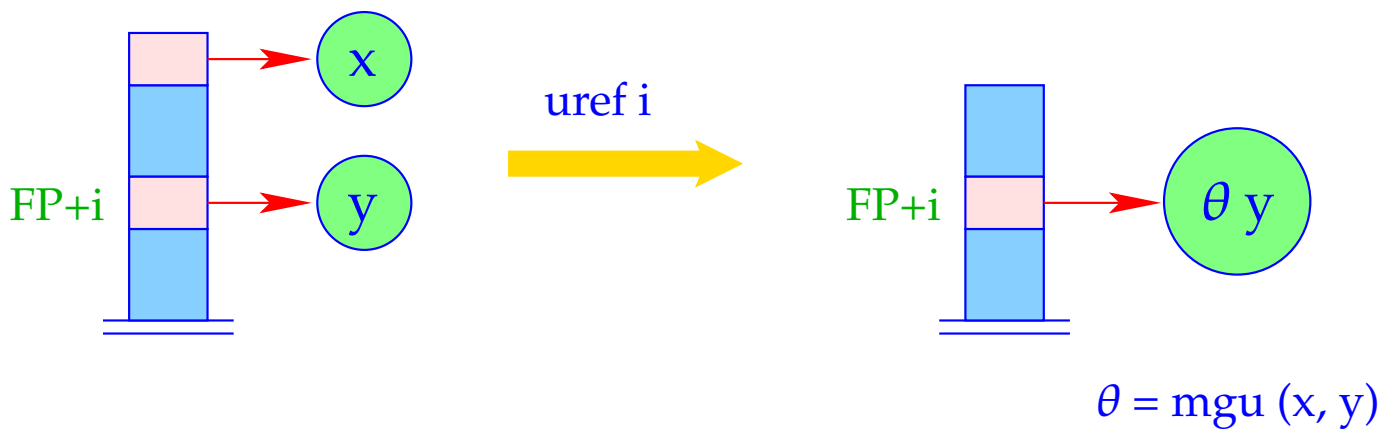
- Der Aufruf von `trail()` vermerkt eine potentiell neue Bindung.
- Der Aufruf von `backtrack()` initiiert backtracking.

Die Instruktion uvar i implementiert die Unifikation mit der i-ten Variable, die ungebunden ist. Diese schlägt nie fehl :-)



S[FP+i] = S[SP]; SP– –;

Die Instruktion uref i implementiert die Unifikation mit der i-ten Variable, die gebunden ist.




```
unify (S[SP], deref (S[FP+i]));
SP– –;
```

Nur hier wird die Laufzeit-Unifikation unify() aufgerufen :-)

- Der Unifikations-Code führt einen pre-order Durchlauf über t durch.
- Trifft er auf eine ungebundene Variable, schalten wir von Testen auf Aufbauen um :-)

$$
\begin{array}{lll}
\text{code}_U\ f(t_1,\ldots,t_n)\ \rho & = & \text{ustruct f/n } A \\
 & & \text{son 1} \qquad\qquad // \text{ rekursiver Abstieg} \\
 & & \text{code}_U\ t_1\ \rho \\
 & & \ldots \\
 & & \text{son n} \qquad\qquad // \text{ rekursiver Abstieg} \\
 & & \text{code}_U\ t_n\ \rho \\
 & & \text{up B} \qquad\qquad // \text{ Rückkehr zum Vater} \\
 & A: & \text{check } \mathit{ivars}(f(t_1,\ldots,t_n))\ \rho \qquad // \text{ Occur-Check} \\
 & & \text{code}_A\ f(t_1,\ldots,t_n)\ \rho \\
 & & \text{bind} \qquad\qquad // \text{ stellt die Bindung her} \\
 & B: & \ldots
\end{array}
$$

Der Aufbaublock

Vor der Konstruktion der neuen Teilterme t' für die Bindung müssen wir ausschließen, dass sie die Variable X' oben auf dem Keller enthalten !!!

Dies ist genau dann der Fall, wenn eine der Bindungen der in t' vorkommenden Variablen X' enthalten.

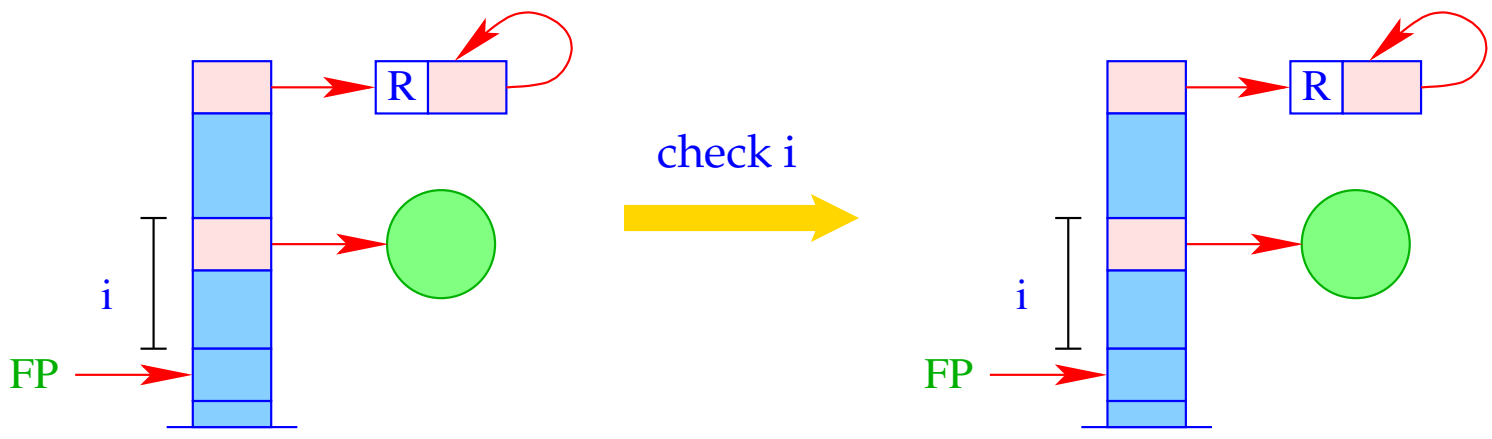
$\Longrightarrow$ $ivars(t')$ liefert die Menge der bereits initialisierten Variablen in t.

$\Longrightarrow$ Das Macro check $\{Y_1, \ldots, Y_d\}\ \rho$ erzeugt die notwendigen Tests der Variablen $Y_1, \ldots, Y_d$:

$$\begin{aligned} \text{check}\ \{Y_1, \ldots, Y_d\}\ \rho \quad = \quad & \text{check}\ (\rho\ Y_1) \\ & \text{check}\ (\rho\ Y_2) \\ & \ldots \\ & \text{check}\ (\rho\ Y_d) \end{aligned}$$

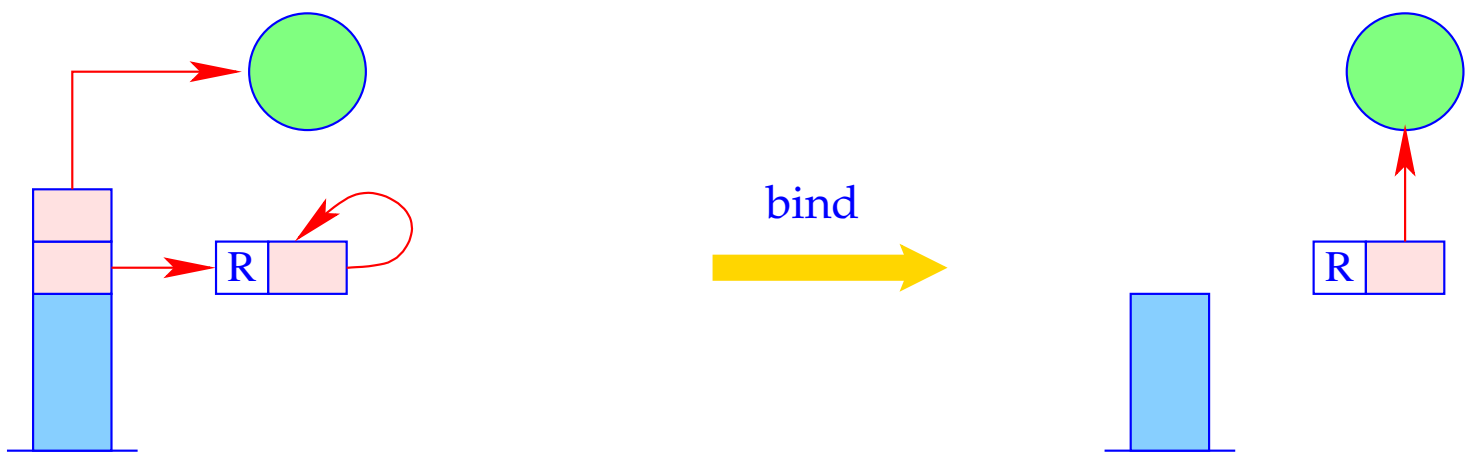
Die Instruktion check i überprüft, ob die (ungebundene) Variable oben auf dem Keller innerhalb des Term vorkommt, an den die Variable i gebunden ist.

Ist dies der Fall, wird Backtracking ausgelöst:




```
if (!check (S[SP], deref S[FP+i]))
    backtrack();
```

Die Instruktion bind schließt den Term-Aufbau ab. Sie bindet die (ungebundene) Variable an den konstruierten Term:

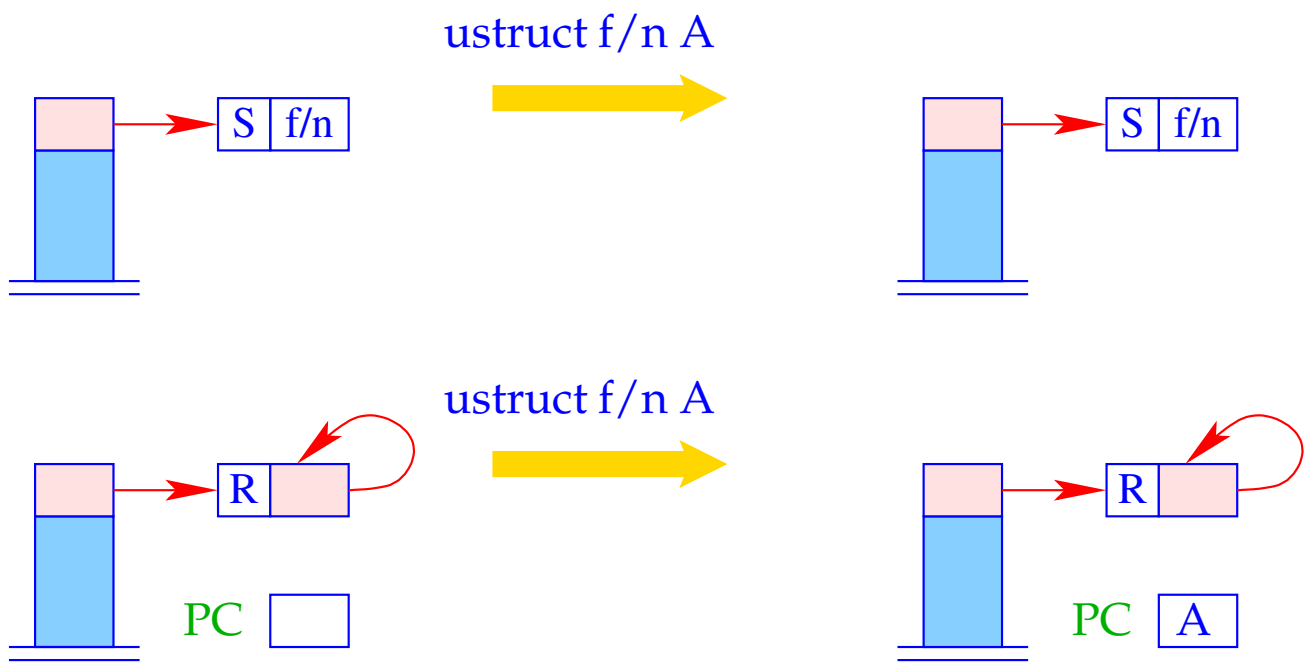


H[SP-1] = (R, S[SP]);
trail (S[SP-1]);
SP = SP – 2;

Der Pre-Order Durchlauf:

- Zuerst testen wir, ob die oberste Referenz eine ungebundene Variable ist. Ist das der Fall, springen wir zum Aufbaublock.
- Andernfalls vergleichen wir den Wurzelknoten mit dem Konstruktor `f/n`.
- Dann steigen wir rekursiv zu den Kindern ab.
- Anschließend poppen wir den Keller und fahren hinter dem Unifikations-Code fort:

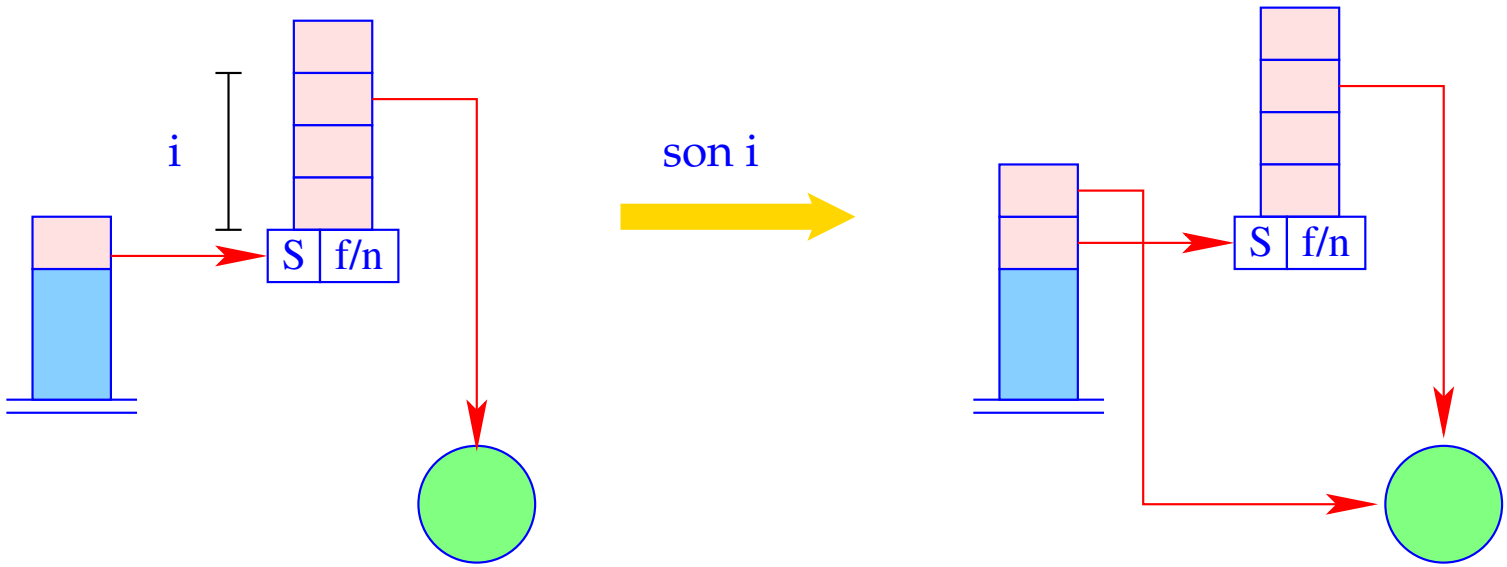
Der Befehl ustruct i implementiert den Test des Wurzel-Knotens der Struktur:




```
switch (H[S[SP]]) {
case (S, f/n):    break;
case (R,_) :      PC = A; break;
default:          backtrack();
}
```

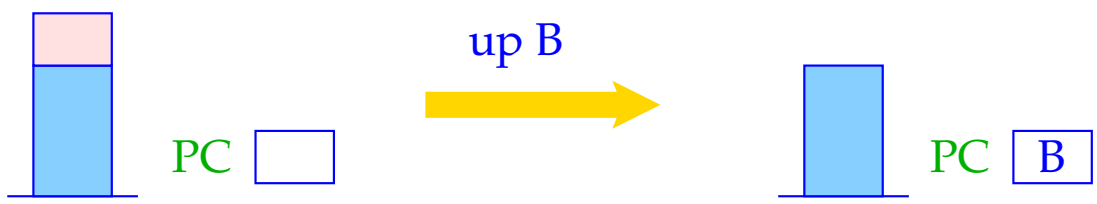
... die Argument-Referenz wurde noch nicht gepoppt :-)

Der Befehl son i kellert (die Referenz auf) den i-ten Teilterm der Struktur, auf die die oberste Referenz zeigt:



S[SP+1] = deref (H[S[SP]+i]); SP++;

Es ist schließlich der Befehl up B der die Referenz auf die Struktur poppt:



SP– –; PC = B;

Die Fortsetzungsadresse B ist die erste Adresse hinter dem Aufbaublock.

Beispiel:

Für den Term $t \equiv f(g(\bar{X}, Y), a, Z)$ und die Adress-Umgebung $\rho = \{X \mapsto 1, Y \mapsto 2, Z \mapsto 3\}$ erhalten wir:

ustruct f/3 A_1		up B_2		B_2:	son 2		putvar 2
son 1					uatom a		putstruct g/2
ustruct g/2 A_2	A_2:	check 1			son 3		putatom a
son 1		putref 1			uvar 3		putvar 3
uref 1		putvar 2			up B_1		putstruct f/3
son 2		putstruct g/2		A_1:	check 1		bind
uvar 2		bind			putref 1	B_1:	...

Für tiefe Terme kann die Code-Größe beträchtlich sein. Tiefe Terme sind in der Praxis allerdings "selten" :-)

31 Klauseln

Der Code für eine Klausel muss:

- Platz für die lokalen Variablen allokieren;
- den Rumpf auswerten;
- Kellerplatz freigeben (wann immer möglich :-)

Sei r die Klausel $p(X_1, \ldots, X_k) \leftarrow g_1, \ldots, g_n$.

Sei $\{X_1, \ldots, X_m\}$ die Menge der lokalen Variablen von r sowie ρ die Adress-Umgebung mit

$$\rho\ X_i = i$$

Bemerkung: Die ersten k lokalen Variablen sind die formalen Parameter :-)

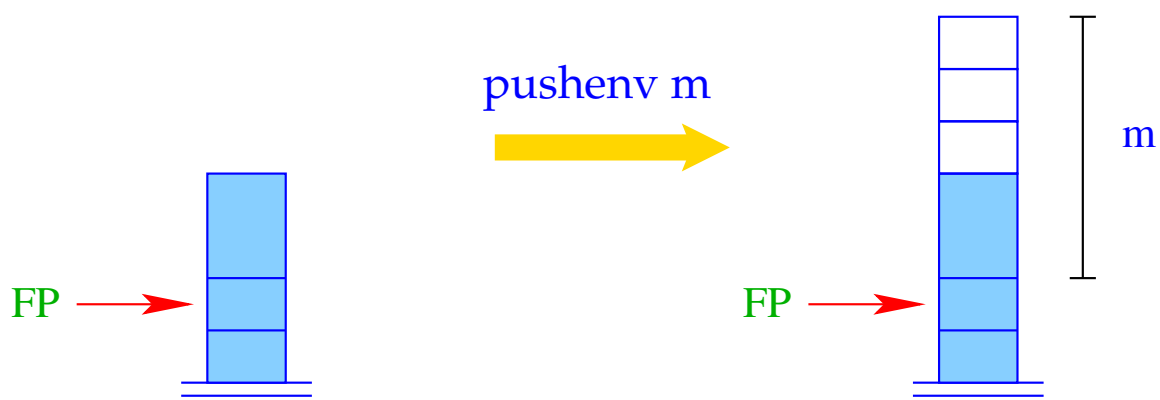
Dann übersetzen wir:

$$
\begin{array}{lcll}
\text{code}_C\ r & = & \text{pushenv m} & \text{//reserviert Platz für lokale Vars.} \\
 & & \text{code}_G\ g_1\ \rho & \\
 & & \ldots & \\
 & & \text{code}_G\ g_n\ \rho & \\
 & & \text{popenv} &
\end{array}
$$

Der Befehl popenv restauriert FP und PC und versucht den aktuellen Kellerrahmen frei zu geben.

Das sollte gelingen, sofern die Programm-Ausführung nie mehr zu diesem Kellerrahmen zurückkehrt :-)

Der Befehl pushenv m setzt den SP:



SP = FP + m;

Beispiel:

Betrachte die Klausel r:

$$\mathsf{a}(X, Y) \leftarrow \mathsf{f}(\bar{X}, X_1), \mathsf{a}(\bar{X}_1, \bar{Y})$$

Dann liefert $\text{code}_C\ r$:

```
pushenv 3     mark A      A:  mark B      B:  popenv
              putref 1        putref 3
              putvar 3        putref 2
              call f/2        call a/2
```

32 Prädikate

Ein Prädikat q/k ist definiert durch eine Folge von Klauseln $rr \equiv r_1 \ldots r_f$.

Die Übersetzung von q/k enthält Übersetzungen der einzelnen Klauseln r_i.

Insbesondere haben wir für $f = 1$:

$$\text{code}_P\ rr \quad = \quad \text{code}_C\ r_1$$

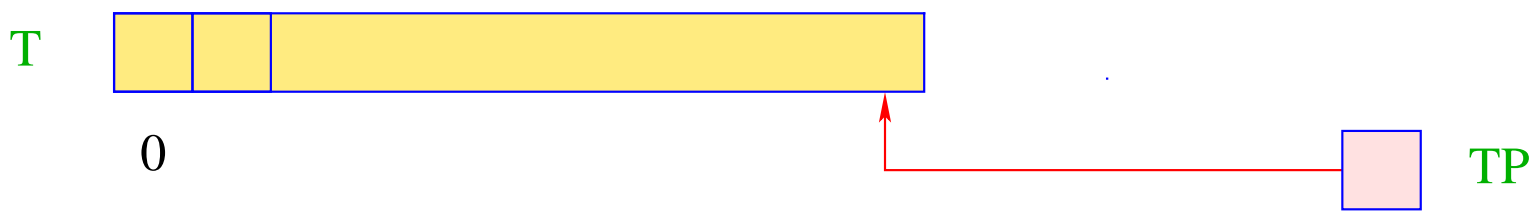
Falls q/k durch mehrere Klauseln definiert ist, muss die erste Alternative ausprobiert werden.

Bei Fehlschlag wird die nächste Alternative probiert ...

$\Longrightarrow$ backtracking :-)

32.1 Backtracking

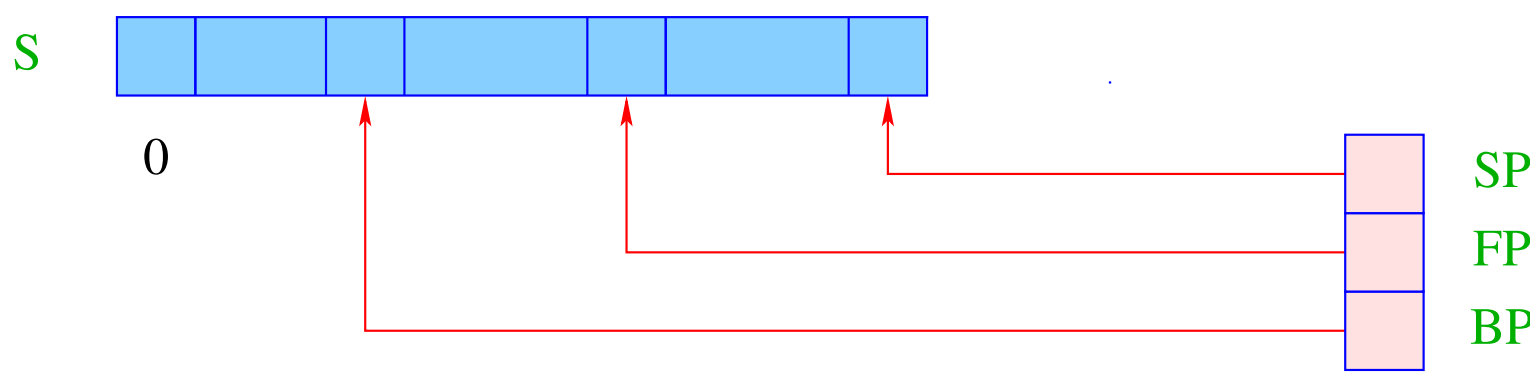
- Wenn die Unifikation fehl schlug, rufen wir die Laufzeit-Funktion `backtrack()` auf.
- Das Ziel ist, die gesamte Berechnung bis zum (dynamisch :-) letzten Ziel rückgängig zu machen, wo eine alternative Klausel gewählt werden kann $\Longrightarrow$ der aktuelle Rücksetz-Punkt.
- Um zwischenzeitlich eingegangene Variablen-Bindungen aufzuheben, haben wir eingegangene neue Bindungen mithilfe der Laufzeit-Funktion `trail()` mitprotokolliert.
- `trail()` speichert Variablen in der Datenstruktur trail:



TP ═══ Trail Pointer

zeigt auf die oberste belegte Trail-Zelle.

Das neue Register BP zeigt auf den aktuellen Rücksetz-Punkt, d.h. den Kellerrahmen, wohin Backtracking aktuell zurück kehren sollte:

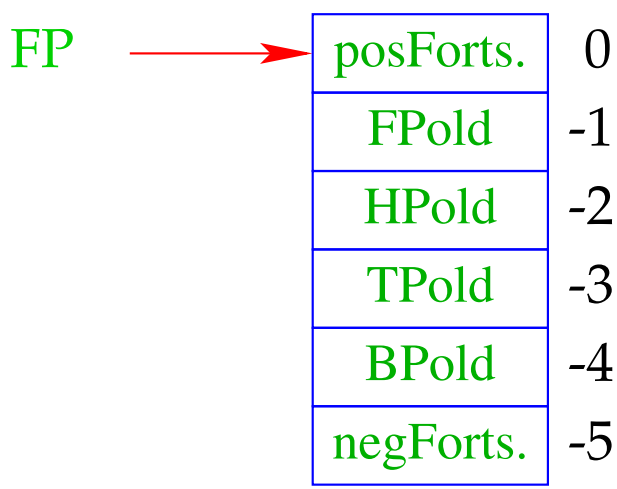


Beachte: Ein neuer BP erhält den Wert des aktuellen FP :-)

Im Kellerrahmen eines Rücksetz-Punkts benötigen wir:

- die Code-Adresse für die nächste Alternative (negative Fortsetzungs-Adresse);
- die alten Werte der Register HP, TP und BP.

Dafür dienen die vier zusätzlichen organisatorischen Zellen:



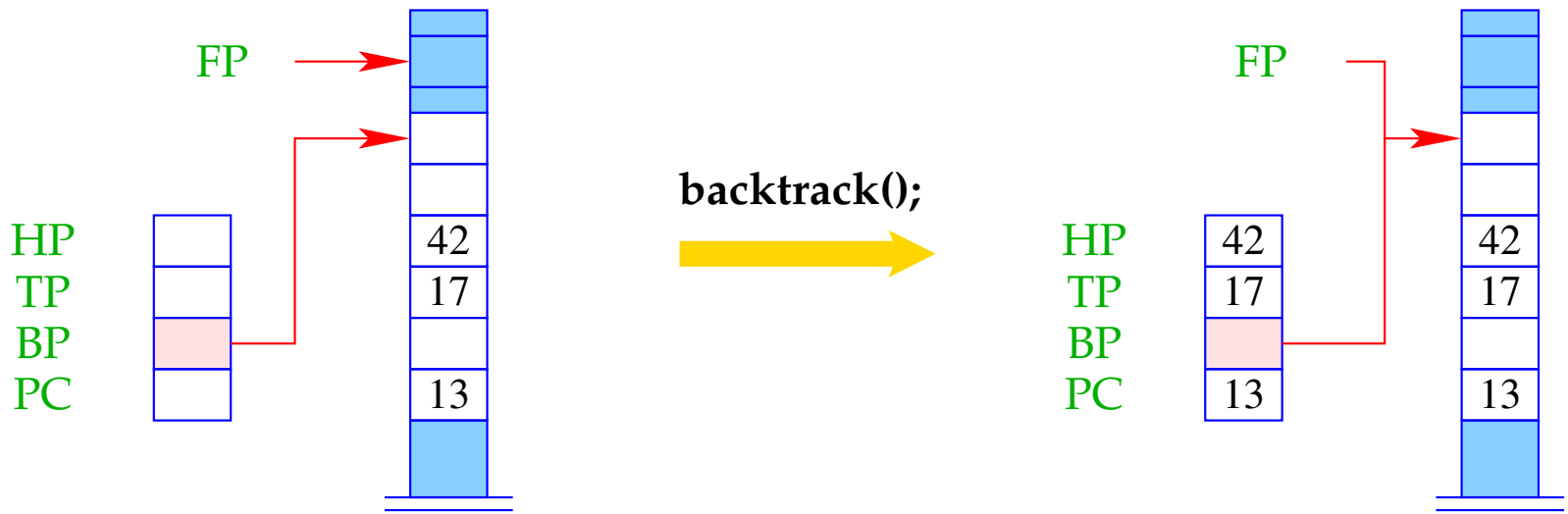
Zur besseren Lesbarkeit führen wir die folgenden nützlichen Makros ein:

$$
\begin{aligned}
\text{posCont} &\equiv S[\text{FP}] \\
\text{FPold} &\equiv S[\text{FP}-1] \\
\text{HPold} &\equiv S[\text{FP}-2] \\
\text{TPold} &\equiv S[\text{FP}-3] \\
\text{BPold} &\equiv S[\text{FP}-4] \\
\text{negCont} &\equiv S[\text{FP}-5]
\end{aligned}
$$

Bemerkung:

Vorkommen auf der linken Seite	$\Longrightarrow$	retten der Register
Vorkommen auf der rechten Seite	$\Longrightarrow$	restaurieren der Register

Ein Aufruf der Laufzeit-Funktion `void backtrack()` bewirkt:




```
void backtrack() {
   FP = BP; HP = S[FP-2];
   reset (S[FP-3], TP);
   TP = S[FP-3]; PC = S[FP-4];
}
```

wobei die Laufzeit-Funktion `reset()` die Bindungen der Variablen rückgängig macht, die seit dem Rücksetz-Punkt eingegangen wurden.

32.2 Rücksetzen von Variablen

Idee:

- Die seit dem letzten Rücksetz-Punkt angelegten Variablen und eingegangenen Bindungen beseitigen wir durch Poppen des Heaps !!! :-)
- Leider ist das nur ausreichend, wenn jüngere Variablen stets auf ältere Objekte zeigen.
- Bindungen an jüngere Objekte wurden darum im Trail mitprotokolliert.
- Diese müssen nun einzeln zu Fuß rückgesetzt werden :-(

Die Funktionen `void trail(ref u)` und `void reset (ref y, ref x)` lauten deshalb:

```
void trail (ref u) {
   if (u < S[BP-2]) {
      TP = TP+1;
      T[TP] = u;
   }
}
```

```
void reset (ref x, ref y) {
   for (ref u=y; x<u; u--)
      H[T[u]] = (R,T[u]);
}
```

`S[BP-2]` enthält dabei den Heap-Pointer bei Anlegen des letzten Rücksetz-Punkts.

32.3 Zusammenfügung

Nehmen wir an, das Prädikat q/k sei durch die Klauseln $rr \equiv r_1, \ldots, r_f$ $(f > 1)$ definiert.
Wir benötigen code, um

- den Rücksetz-Punkt zu initialisieren;
- sukzessive die Alternativen zu probieren;
- den Rücksetz-Punkt aufzugeben.

Das bedeutet:

$$
\begin{array}{rcll}
\text{code}_P\ rr & = & \text{q/k}: & \text{setbtp} \\
 & & & \text{try } A_1 \\
 & & & \ldots \\
 & & & \text{try } A_{f-1} \\
 & & & \text{delbtp} \\
 & & & \text{jump } A_f \\
 & & A_1: & \text{code}_C\ r_1 \\
 & & & \ldots \\
 & & A_f: & \text{code}_C\ r_f
\end{array}
$$

Beachte:

- Wir geben den Rücksetz-Punkt vor der letzten Alternative auf :-)
- Wir springen die letzte Alternative direkt an — um nie mehr zu diesem Rahmen zurückzukehren :-))

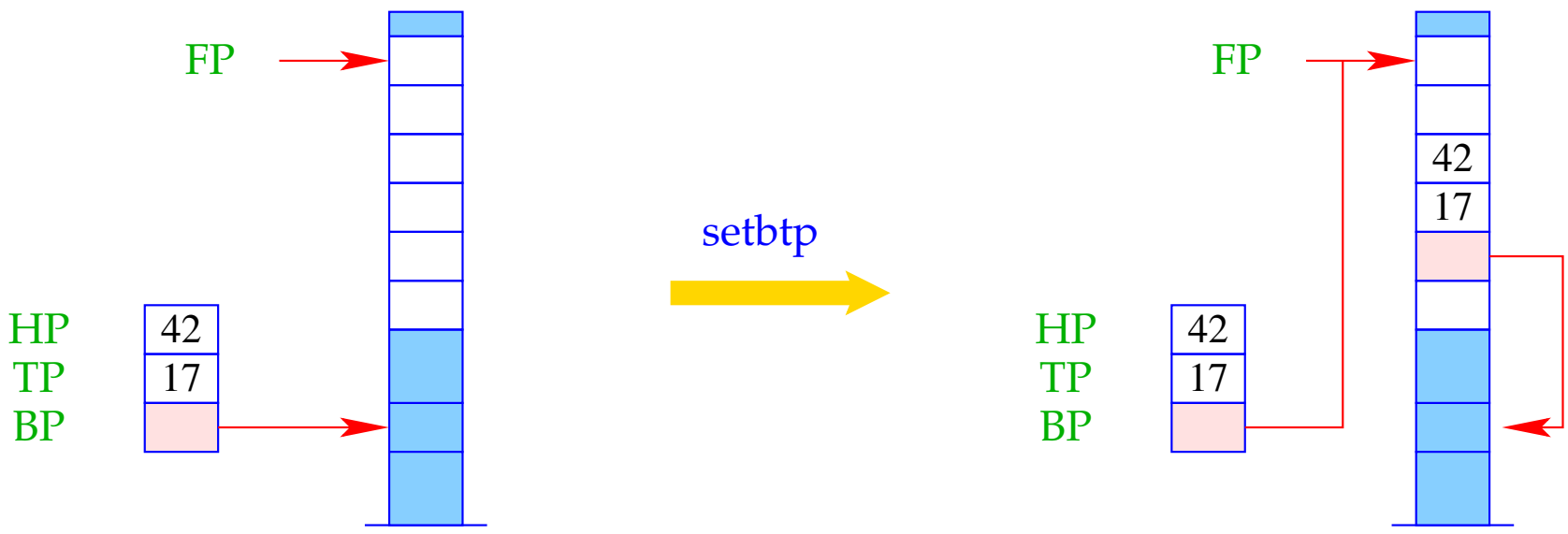
Beispiel:

$$\begin{array}{lcl} \mathtt{s}(X) & \leftarrow & \mathtt{t}(\bar{X}) \\ \mathtt{s}(X) & \leftarrow & \bar{X} = a \end{array}$$

Die Übersetzung des Prädikats s liefert:

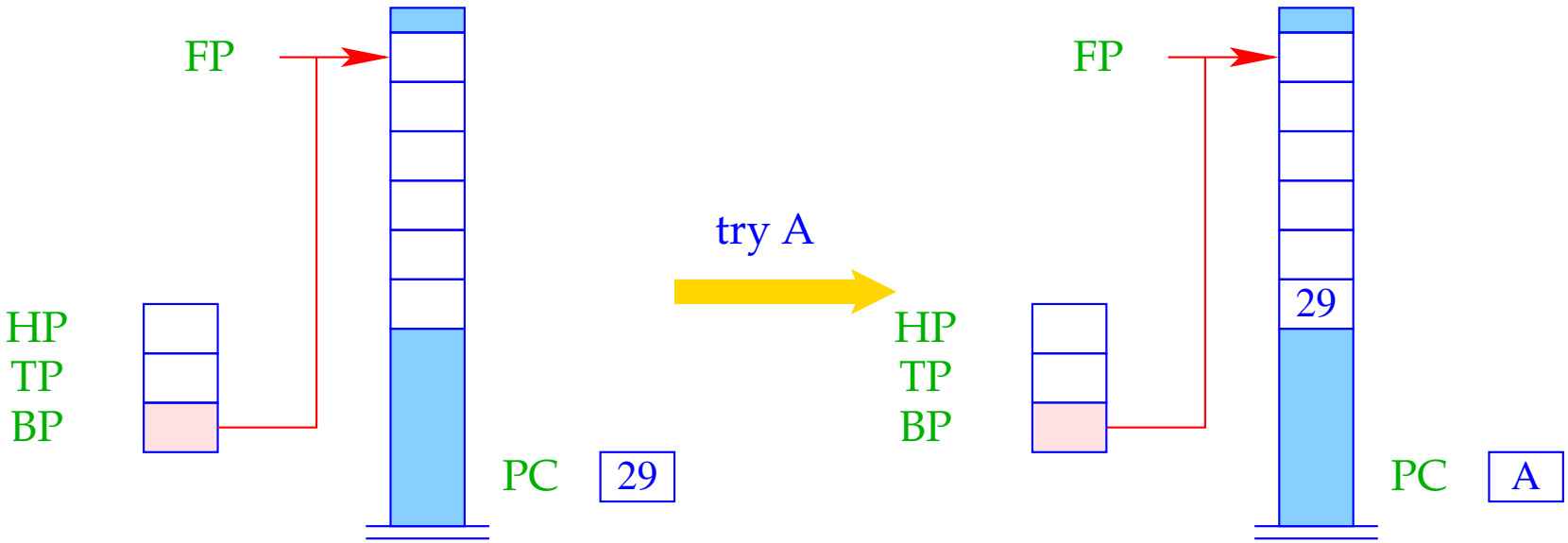
```
s/1:  setbtp     A:  pushenv 1    B:  pushenv 1
      try A          mark C           putref 1
      delbtp         putref 1         uatom a
      jump B         call t/1         popenv
                 C:  popenv
```

Der Befehl setbtp rettet die Register HP, TP, BP:



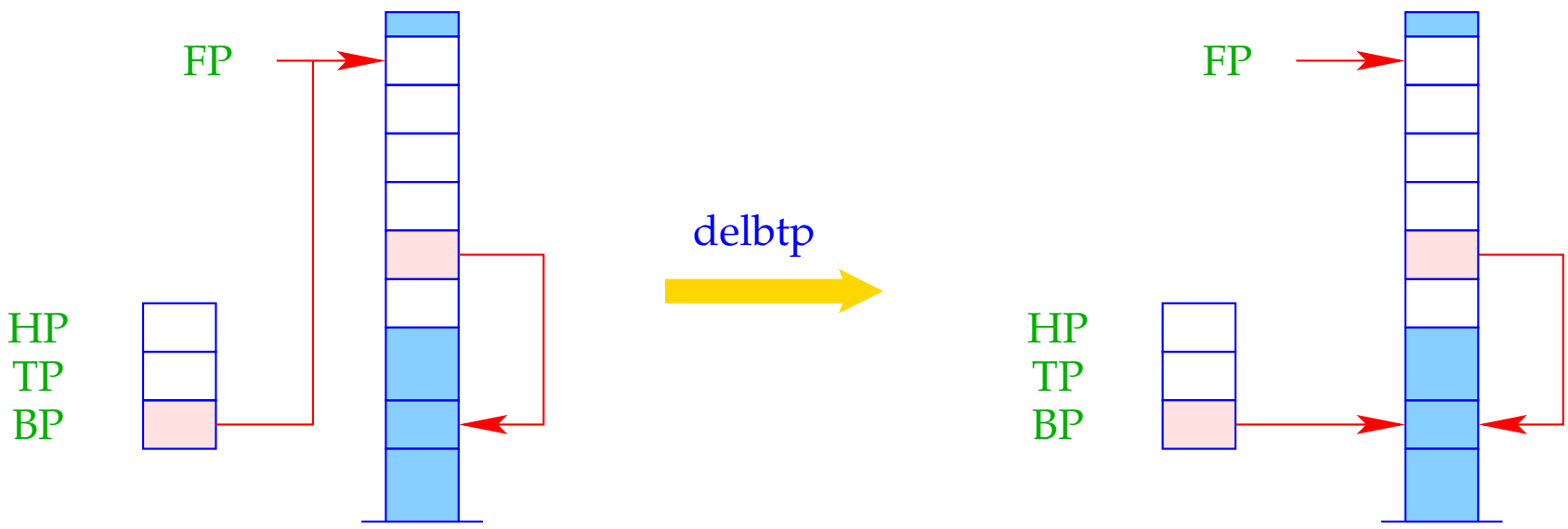
HPold = HP;
TPold = TP;
BPold = BP;
BP = FP;

Der Befehl try A versucht die Alternative an der Adresse A und ersetzt die negative Fortsetzungs-Adress mit dem aktuellen PC:



negForts = PC;
PC = A;

Der Befehl delbtp restauriert den alten Backtrack-Pointer:



BP = S[FP-4];

32.4 Endbehandlung von Klauseln

Erinnern wir uns an die Übersetzung von Klauseln:

$$
\begin{aligned}
\text{code}_C\ r \quad = \quad & \text{pushenv m} \\
& \text{code}_G\ g_1\ \rho \\
& \ldots \\
& \text{code}_G\ g_n\ \rho \\
& \text{popenv}
\end{aligned}
$$

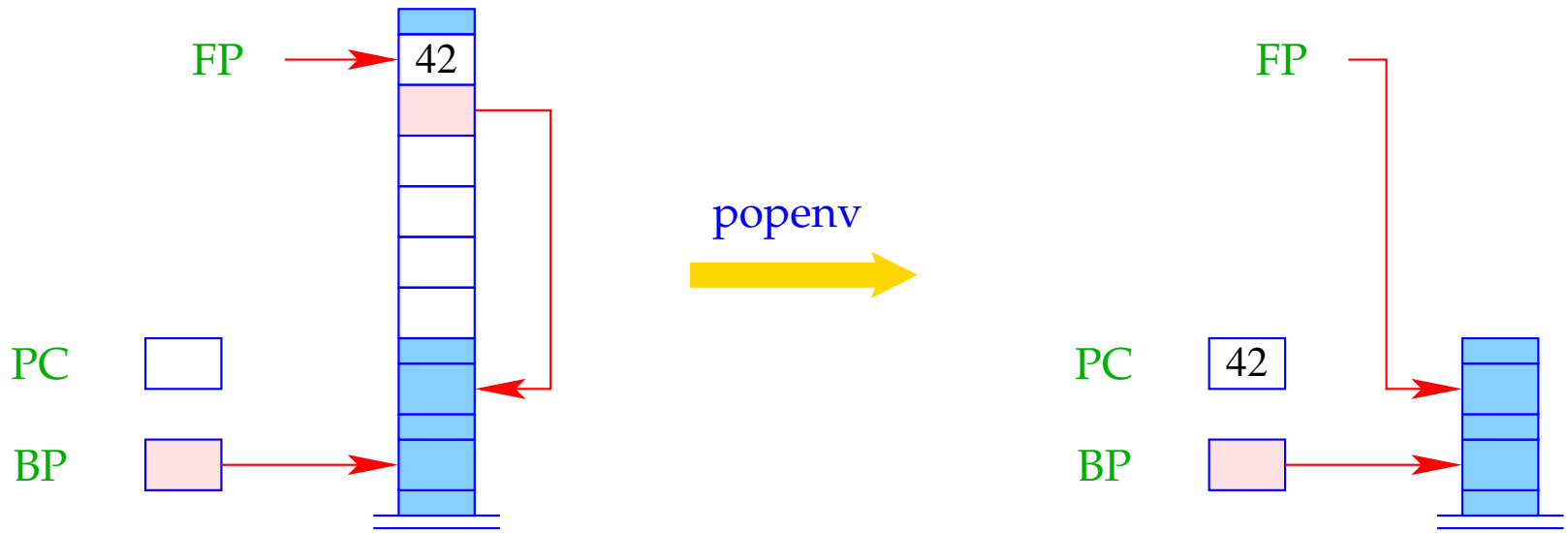
Der aktuelle Kellerrahmen kann aufgegeben werden ...

- falls die aktuelle Klausel die letzte oder einzige ist; und
- falls alle Ziele im Rumpf definitiv beendet sind.

$\Longrightarrow$ der aktuelle Rücksetz-Punkt ist älter :-)

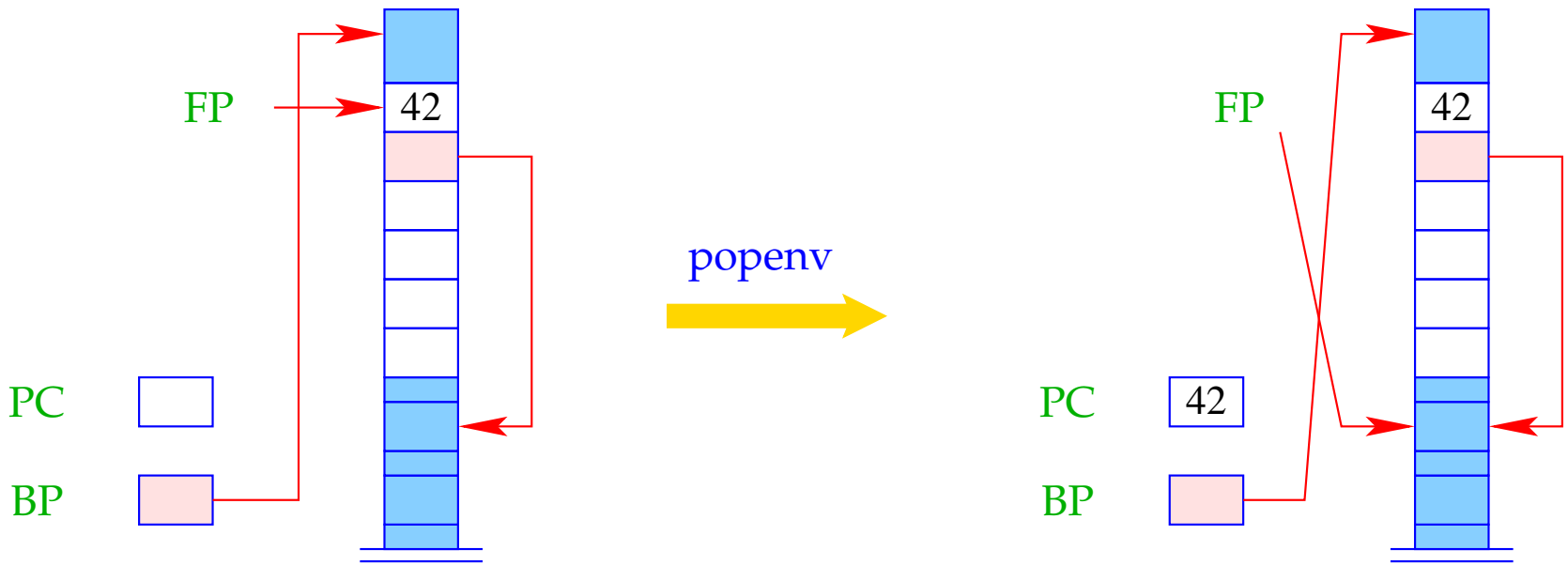
$\Longrightarrow$ FP > BP

Der Befehl popenv restauriert die Register FP und PC und versucht, den Kellerrahmen frei zu geben:




```
if (FP > BP) SP = FP - 6;
PC = posCont;
FP = FPold;
```

Achtung: popenv gibt den Kellerrahmen nicht immer auf :




```
if (FP > BP) SP = FP - 6;
PC = posCont;
FP = FPold;
```

Falls die Freigabe scheitert, werden weitere Daten oben auf dem Keller allokiert. Bei Rückkehr zu dem Rahmen können die lokalen Variablen aber immer noch über den FP adressiert werden :-))