Die Konstruktion des $LR(0)$-Parsers:

Zustände: $Q \cup \{f\}$ (f neu :-)

Anfangszustand: q_0

Endzustand: f

Übergänge:

Shift:	$(p, a, p\,q)$	falls	$q = \delta(p, a) \neq \emptyset$
Reduce:	$(p\,q_1 \ldots q_m, \epsilon, p\,q)$	falls	$[A \to X_1 \ldots X_m \bullet] \in q_m$, $q = \delta(p, A)$
Finish:	$(q_0\,p, \epsilon, f)$	falls	$[S' \to S\bullet] \in p$

wobei $LR(G) = (Q, T, \delta, q_0, F)$.

Zur Korrektheit:

Man zeigt:

Die akzeptierenden Berechnungen des $LR(0)$-Parsers stehen in eins-zu-eins Beziehung zu denen des Kellerautomaten $M_G^{(1)}$.

Wir folgern:

$\Longrightarrow$ Die akzeptierte Sprache ist genau $\mathcal{L}(G)$:-)

$\Longrightarrow$ Die Folge der Reduktionen einer akzeptierenden Berechnung für ein Wort $w \in T$ liefert eine reverse Rechts-Ableitung von G für w :-)

Leider ist der $LR(0)$-Parser i.a. nicht-deterministisch :-(

Wir identifizieren zwei Gründe:

Reduce-Reduce-Konflikt:

$$[A \to \gamma \bullet], \quad [A' \to \gamma' \bullet] \quad \in \quad q \quad \text{mit} \quad A \neq A' \vee \gamma \neq \gamma'$$

Shift-Reduce-Konflikt:

$$[A \to \gamma \bullet], \quad [A' \to \alpha \bullet a\,\beta] \quad \in \quad q \quad \text{mit} \quad a \in T$$

für einen Zustand $q \in Q$.

Solche Zustände nennen wir ungeeignet.

Idee:

Benutze k-Vorausschau, um Konflikte zu lösen.

Wir definieren:

Die reduzierte kontextfreie Grammatik G heißt $LR(k)$-Grammatik, falls für $\mathsf{First}_k(w) = \mathsf{First}_k(x)$ aus:

$$\left.\begin{array}{llll} S & \to_R^* & \alpha\, A\, w & \to & \alpha\, \beta\, w \\ S & \to_R^* & \alpha'\, A'\, w' & \to & \alpha\, \beta\, x \end{array}\right\} \quad \text{folgt:} \quad \alpha = \alpha' \wedge A = A' \wedge w' = x$$

Beispiele:

(1) $S \to A \mid B \qquad A \to a\,A\,b \mid 0 \qquad B \to a\,B\,b\,b \mid 1$

... ist nicht $LL(k)$ für jedes k — aber $LR(0)$:

Sei $S \to_R^* \alpha\,X\,w \to \alpha\,\beta\,w$. Dann ist $\alpha\,\underline{\beta}$ von einer der Formen:

$$\underline{A}\ ,\ \underline{B}\ ,\ a^n\,\underline{a\,A\,b}\ ,\ a^n\,\underline{a\,B\,b\,b}\ ,\ a^n\,\underline{0}\ ,\ a^n\,\underline{1} \qquad (n \geq 0)$$

Beispiele:

(1) $S \to A \mid B \qquad A \to a\,A\,b \mid 0 \qquad B \to a\,B\,b\,b \mid 1$

... ist nicht $LL(k)$ für jedes k — aber $LR(0)$:

Sei $S \to_R^* \alpha\,X\,w \to \alpha\,\beta\,w$. Dann ist $\alpha\,\underline{\beta}$ von einer der Formen:

$$\underline{A}\ ,\ \underline{B}\ ,\ a^n\,\underline{a\,A\,b}\ ,\ a^n\,\underline{a\,B\,b\,b}\ ,\ a^n\,\underline{0}\ ,\ a^n\,\underline{1} \qquad (n \geq 0)$$

(2) $S \to a\,A\,c \qquad A \to A\,b\,b \mid b$

... ist ebenfalls $LR(0)$:

Sei $S \to_R^* \alpha\,X\,w \to \alpha\,\beta\,w$. Dann ist $\alpha\,\underline{\beta}$ von einer der Formen:

$$a\,\underline{b}\ ,\ a\,\underline{A\,b\,b}\ ,\ \underline{a\,A\,c}$$

(3) $S \to a\,A\,c \qquad A \to b\,b\,A \mid b$ ... ist nicht $LR(0)$, aber $LR(1)$:

Für $S \to_R^* \alpha\,X\,w \to \alpha\,\beta\,w$ mit $\{y\} = \mathsf{First}_k(w)$ ist $\alpha\,\underline{\beta}\,y$ von einer der Formen:

$$a\,b^{2n}\,\underline{b}\,c\ ,\ a\,b^{2n}\,\underline{b\,b\,A}\,c\ ,\ \underline{a\,A\,c}$$

(3) $S \to a\,A\,c \qquad A \to b\,b\,A \mid b$ ... ist nicht $LR(0)$, aber $LR(1)$:

Für $S \to_R^* \alpha\,X\,w \to \alpha\,\beta\,w$ mit $\{y\} = \mathsf{First}_k(w)$ ist $\alpha\,\underline{\beta}\,y$ von einer der Formen:

$$a\,b^{2n}\,\underline{b}\,c\ ,\ a\,b^{2n}\,\underline{b\,b\,A}\,c\ ,\ \underline{a\,A\,c}$$

(4) $S \to a\,A\,c \qquad A \to b\,A\,b \mid b$ ... ist nicht $LR(k)$ für jedes $k \geq 0$:

Betrachte einfach die Rechtsableitungen:

$$S \to_R^* a\,b^n\,A\,b^n\,c \to a\,b^n\,\underline{b}\,b^n\,c$$

In der Tat gilt:

Satz:

Die reduzierte Grammatik G ist genau dann $LR(0)$ wenn der kanonische $LR(0)$-Automat $LR(G)$ keine ungeeigneten Zustände enthält.

q mit $A' \to \gamma' \neq A' \to \gamma'$

In der Tat gilt:

Satz:

Die reduzierte Grammatik G ist genau dann $LR(0)$ wenn der kanonische $LR(0)$-Automat $LR(G)$ keine ungeeigneten Zustände enthält.

Beweis:

Enthalte G einen ungeeigneten Zustand q.

Fall 1: $[A \to \gamma\bullet]\,,\ [A' \to \gamma'\bullet] \in q$ mit $A' \to \gamma' \neq A' \to \gamma'$

Dann gibt es ein zuverlässiges Präfix $\alpha\,\gamma = \alpha'\,\gamma'$ mit

$$S \to_R^* \alpha\, A\, w \to \alpha\,\gamma\, w \quad \wedge \quad S \to_R^* \alpha'\, A'\, x \to \alpha'\,\gamma'\, x$$

$$\Longrightarrow \qquad G \text{ ist nicht } LR(0) \quad \text{:-)}$$

Fall 2: $[A \to \gamma\bullet]\,,\ [A' \to \beta \bullet a\,\beta'] \in q$

Dann gibt es ein zuverlässiges Präfix $\alpha\,\gamma = \alpha'\,\beta$ mit

$$S \to_R^* \alpha\,A\,w \to \alpha\,\gamma\,w \quad \wedge \quad S \to_R^* \alpha'\,A'\,x \to \alpha'\,\beta\,a\,\beta'\,x$$

Ist $\beta' \in T^*$, dann ist G nicht $LR(0)$:-)

Andernfalls $\beta' \to_R^* v_1\,X\,v_2 \to v_1\,u\,v_2$. Damit erhalten wir:

$$S \to_R^* \alpha'\,\beta\,a\,v_1\,X\,v_2\,x \to \alpha'\,\beta\,a\,v_1\,u\,v_2\,x$$

$$\Longrightarrow \quad G \text{ ist nicht } LR(0) \quad \text{:-)}$$

Fall 2: $[A \to \gamma\bullet]\,,\ [A' \to \beta \bullet a\,\beta'] \in \delta$

Dann gibt es ein zuverlässiges Präfix $\alpha\gamma = \alpha'\beta$ mit

$$S \to_R^* \alpha\, A\, w \to \alpha\gamma\, w \quad \wedge \quad S \to_R^* \alpha'\, A'\, x \to \alpha'\beta\, a\, \beta'\, x$$

Ist $\beta' \in T^*$, dann ist G nicht $LR(0)$:-)

Andernfalls $\beta' \to_R^* v_1\, X\, v_2 \to v_1\, u\, v_2$. Damit erhalten wir:

$$S \to_R^* \alpha'\,\beta\, a\, v_1\, X\, v_2\, x \to \alpha'\,\beta\, a\, v_1\, u\, v_2\, x$$

$$\Longrightarrow \qquad G \text{ ist nicht } LR(0) \quad \text{:-)}$$

Enthalte $LR(G)$ keine ungeeigneten Zustände. Betrachte:

$$S \to_R^* \alpha\, A\, w \to \alpha\gamma\, w \qquad\qquad S \to_R^* \alpha'\, A'\, w' \to \alpha'\gamma'\, x$$

Sei $\delta(q_0, \alpha\gamma) = q$. Insbesondere ist $[A \to \gamma\bullet] \in q$.

Annahme: $(\alpha, A, w') \neq (\alpha', A', x)$.

Fall 1: $w' = x$. Dann muss q $[A' \to \gamma'\bullet]$ enthalten :-)

Fall 2: $w' \neq x$. Weitere Fallunterscheidung :-))

Sei $k > 0$.

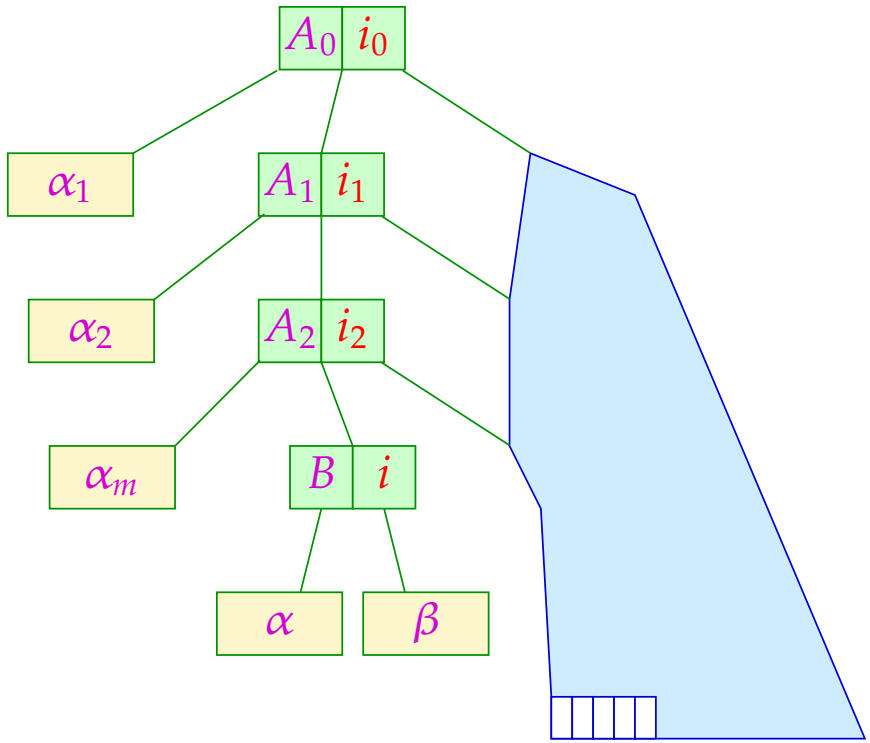
Idee: Wir statten Items mit k-Vorausschau aus :-)

Ein $LR(k)$-Item ist dann ein Paar:

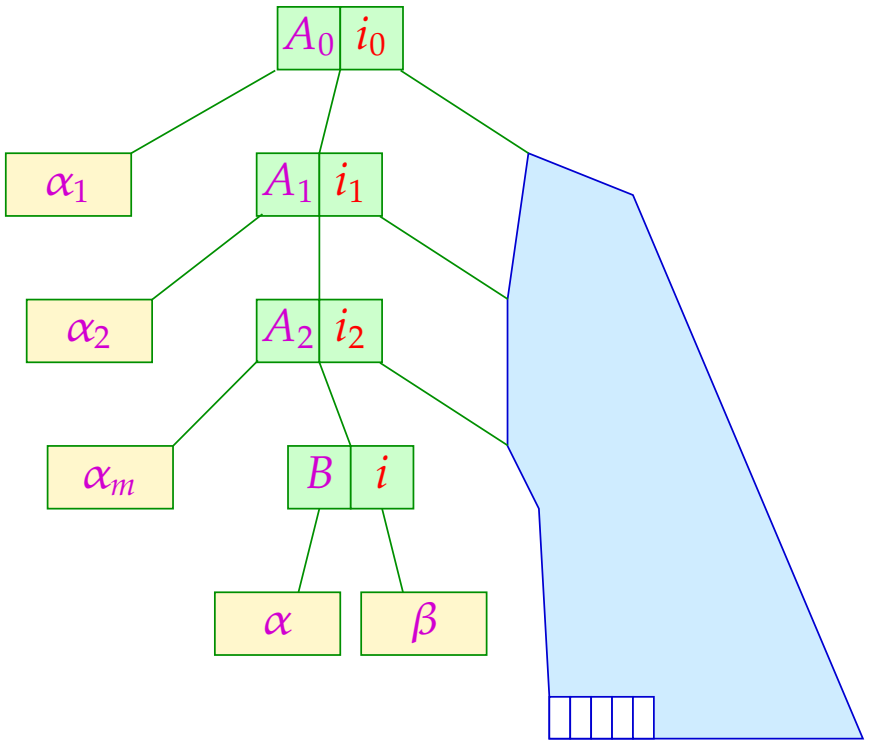
$$[B \to \alpha \bullet \beta,\ x]\ , \quad x \in \mathsf{Follow}_k(B)$$

Dieses Item ist gültig für $\gamma\,\alpha$ falls:

$$S \to_R^* \gamma\, B\, w \qquad \text{mit} \qquad \{x\} = \mathsf{First}_k(w)$$



... wobei $\alpha_1 \ldots \alpha_m = \gamma$



... wobei $\alpha_1 \ldots \alpha_m = \gamma$

Die Menge der gültigen $LR(k)$-Items für zuverlässige Präfixe berechnen wir wieder mithilfe eines endlichen Automaten :-)

Der Automat $c(G,k)$:

Zustände: $LR(k)$-Items :-)

Anfangszustand: $[S' \to \bullet\, S,\ \epsilon]$

Endzustände: $\{[B \to \gamma\bullet,\ x] \mid B \to \gamma \in P, x \in \mathsf{Follow}_k(B)\}$

Übergänge:

(1) $([A \to \alpha \bullet X\, \beta,\ x], X, [A \to \alpha\, X \bullet \beta,\ x]), \quad X \in (N \cup T)$

(2) $([A \to \alpha \bullet B\, \beta,\ x], \epsilon, [B \to \bullet\, \gamma,\ x']),$

$A \to \alpha\, B\, \beta\ , \quad B \to \gamma \in P, x' \in \mathsf{First}_k(\beta) \odot \{x\};$

Der Automat $c(G,k)$:

Zustände: $LR(k)$-Items :-)

Anfangszustand: $[S' \to \bullet\, S,\ \epsilon]$

Endzustände: $\{[B \to \gamma\bullet,\ x] \mid B \to \gamma \in P, x \in \mathsf{Follow}_k(B)\}$

Übergänge:

(1) $([A \to \alpha \bullet X\, \beta,\ x], X, [A \to \alpha\, X \bullet \beta,\ x]), \quad X \in (N \cup T)$

(2) $([A \to \alpha \bullet B\, \beta,\ x], \epsilon, [B \to \bullet\, \gamma,\ x']),$

$A \to \alpha\, B\, \beta\ , \quad B \to \gamma \in P, x' \in \mathsf{First}_k(\beta) \odot \{x\};$

Dieser Automat arbeitet wie $c(G)$ — verwaltet aber zusätzlich ein k-Präfix aus dem Follow_k der linken Seiten.

Den kanonischen $LR(k)$-Automaten $LR(G,k)$ erhält man aus $c(G,k)$, indem man nach jedem Übergang beliebig viele ϵ liest und dann den Automaten deterministisch macht ...

Den kanonischen $LR(k)$-Automaten $LR_k(G)$ erhält man aus $c(G,k)$, indem man nach jedem Übergang beliebig viele ϵ liest und dann den Automaten deterministisch macht ...

Man kann ihn aber auch direkt aus der Grammatik konstruieren werden :-)

Wie bei $LR(0)$ benötigt man eine Hilfsfunktion:

$$\begin{aligned}\delta^*_\epsilon(q) = q \cup \{[B \to \bullet\,\gamma,\, x] \mid\ & \exists\, [A \to \alpha \bullet B'\,\beta',\, x'] \in q\,, \\ & \beta \in (N \cup T)^* : \quad B' \to^* B\,\beta\} \wedge \\ & x \in \mathsf{First}_k(\beta\,\beta') \odot \{x'\}\}\end{aligned}$$

Den kanonischen $LR(k)$-Automaten $LR_k(G)$ erhält man aus $c(G,k)$, indem man nach jedem Übergang beliebig viele ϵ liest und dann den Automaten deterministisch macht ...

Man kann ihn aber auch direkt aus der Grammatik konstruieren werden :-)

Wie bei $LR(0)$ benötigt man eine Hilfsfunktion:

$$\delta^*_\epsilon(q) = q \cup \{[B \to \bullet\, \gamma,\, x] \mid \exists\, [A \to \alpha \bullet B'\, \beta',\, x'] \in q\,, \beta \in (N \cup T)^* : \; B' \to^* B\, \beta\} \wedge x \in \mathsf{First}_k(\beta\, \beta') \odot \{x'\}\}$$

Zustände: Mengen von $LR(k)$-Items;

Anfangszustand: $\delta^*_\epsilon\, \{[S' \to \bullet\, S,\, \epsilon]\}$

Endzustände: $\{q \mid \exists\, A \to \alpha \in P : \; [A \to \alpha \bullet,\, x] \in q\}$

Übergänge: $\delta(q, X) = \delta^*_\epsilon\, \{[A \to \alpha\, X \bullet\, \beta,\, x] \mid [A \to \alpha \bullet X\, \beta,\, x] \in q\}$

Im Beispiel:

$$
\begin{aligned}
q_0 = \{ & [S' \to \bullet\, E], \\
& [E \to \bullet\, E + T], \\
& [E \to \bullet\, T], \\
& [T \to \bullet\, T * F], \\
& [T \to \bullet\, F], \\
& [F \to \bullet\, (\, E\,)], \\
& [F \to \bullet\, \mathsf{int}] \}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_1 = \delta(q_0, E) = \{ & [S' \to E \bullet], \\
& [E \to E \bullet + T] \}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_2 = \delta(q_0, T) = \{ & [E \to T \bullet], \\
& [T \to T \bullet * F] \}
\end{aligned}
$$

$$
q_3 = \delta(q_0, F) = \{ [T \to F \bullet] \}
$$

$$
q_4 = \delta(q_0, \mathsf{int}) = \{ [F \to \mathsf{int} \bullet] \}
$$

$$
\begin{aligned}
q_5 = \delta(q_0, (\,) = \{ & [F \to (\, \bullet\, E\,)], \\
& [E \to \bullet\, E + T], \\
& [E \to \bullet\, T], \\
& [T \to \bullet\, T * F], \\
& [T \to \bullet\, F], \\
& [F \to \bullet\, (\, E\,)], \\
& [F \to \bullet\, \mathsf{int}] \}
\end{aligned}
$$

Im Beispiel:

$$
\begin{array}{lll}
q_0 = & & \{[S' \to \bullet\, E, \{\epsilon\}], \\
 & & [E \to \bullet\, E + T, \{\epsilon, +\}], \\
 & & [E \to \bullet\, T, \{\epsilon, +\}], \\
 & & [T \to \bullet\, T * F, \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & [T \to \bullet\, F, \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & [F \to \bullet\, (\ E\ ), \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & [F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\epsilon, +, *\}]\} \\
 & & \\
q_1 = & \delta(q_0, E) = & \{[S' \to E \bullet\ ], \\
 & & [E \to E \bullet + T\ ]\} \\
 & & \\
q_2 = & \delta(q_0, T) = & \{[E \to T \bullet\ ], \\
 & & [T \to T \bullet * F\ ]\}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
q_3 = & \delta(q_0, F) = & \{[T \to F \bullet\ ]\} \\
 & & \\
q_4 = & \delta(q_0, \mathsf{int}) = & \{[F \to \mathsf{int} \bullet\ ]\} \\
 & & \\
q_5 = & \delta(q_0, (\ ) = & \{[F \to (\ \bullet\, E\ )\ ], \\
 & & [E \to \bullet\, E + T\ ], \\
 & & [E \to \bullet\, T\ ], \\
 & & [T \to \bullet\, T * F\ ], \\
 & & [T \to \bullet\, F\ ], \\
 & & [F \to \bullet\, (\ E\ )\ ], \\
 & & [F \to \bullet\, \mathsf{int}\ ]\}
\end{array}
$$

Im Beispiel:

$$
\begin{aligned}
q_0 = \{&[S' \to \bullet\, E, \{\epsilon\}],\\
&[E \to \bullet\, E + T, \{\epsilon, +\}],\\
&[E \to \bullet\, T, \{\epsilon, +\}],\\
&[T \to \bullet\, T * F, \{\epsilon, +, *\}],\\
&[T \to \bullet\, F, \{\epsilon, +, *\}],\\
&[F \to \bullet\, (\ E\ ), \{\epsilon, +, *\}],\\
&[F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\epsilon, +, *\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_1 = \delta(q_0, E) = \{&[S' \to E\bullet, \{\epsilon\}],\\
&[E \to E \bullet + T, \{\epsilon, +\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_2 = \delta(q_0, T) = \{&[E \to T\bullet, \{\epsilon, +\}],\\
&[T \to T \bullet * F, \{\epsilon, +, *\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
q_3 = \delta(q_0, F) = \{[T \to F\bullet, \{\epsilon, +, *\}]\}
$$

$$
q_4 = \delta(q_0, \mathsf{int}) = \{[F \to \mathsf{int}\,\bullet, \{\epsilon, +, *\}]\}
$$

$$
\begin{aligned}
q_5 = \delta(q_0, (\ ) = \{&[F \to (\ \bullet\, E\ )\ ],\\
&[E \to \bullet\, E + T\ ],\\
&[E \to \bullet\, T\ ],\\
&[T \to \bullet\, T * F\ ],\\
&[T \to \bullet\, F\ ],\\
&[F \to \bullet\, (\ E\ )\ ],\\
&[F \to \bullet\, \mathsf{int}\ ]\}
\end{aligned}
$$

Im Beispiel:

$$
\begin{array}{lll}
q_0 = & & \{[S' \to \bullet\, E, \{\epsilon\}], \\
 & & [E \to \bullet\, E + T, \{\epsilon, +\}], \\
 & & [E \to \bullet\, T, \{\epsilon, +\}], \\
 & & [T \to \bullet\, T * F, \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & [T \to \bullet\, F, \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & [F \to \bullet\, (\ E\ ), \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & [F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\epsilon, +, *\}]\} \\
q_1 = & \delta(q_0, E) = & \{[S' \to E\bullet, \{\epsilon\}], \\
 & & [E \to E \bullet + T, \{\epsilon, +\}]\} \\
q_2 = & \delta(q_0, T) = & \{[E \to T\bullet, \{\epsilon, +\}], \\
 & & [T \to T \bullet * F, \{\epsilon, +, *\}]\}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
q_3 = & \delta(q_0, F) = & \{[T \to F\bullet, \{\epsilon, +, *\}]\} \\
q_4 = & \delta(q_0, \mathsf{int}) & \{[F \to \mathsf{int}\,\bullet, \{\epsilon, +, *\}]\} \\
q_5 = & \delta(q_0, (\ ) = & \{[F \to (\ \bullet\, E\ ), \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & [E \to \bullet\, E + T, \{\ ), +\}], \\
 & & [E \to \bullet\, T, \{\ ), +\}], \\
 & & [T \to \bullet\, T * F, \{\ ), +, *\}], \\
 & & [T \to \bullet\, F, \{\ ), +, *\}], \\
 & & [F \to \bullet\, (\ E\ ), \{\ ), +, *\}], \\
 & & [F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\ ), +, *\}]\}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcll}
q_5' & = & \delta(q_5, (\,) & = \{[F \to (\bullet E)], \\
 & & & \quad [E \to \bullet E + T], \\
 & & & \quad [E \to \bullet T], \\
 & & & \quad [T \to \bullet T * F], \\
 & & & \quad [T \to \bullet F], \\
 & & & \quad [F \to \bullet (E)], \\
 & & & \quad [F \to \bullet \mathsf{int}]\} \\
q_6 & = & \delta(q_1, +) & = \{[E \to E + \bullet T], \\
 & & & \quad [T \to \bullet T * F], \\
 & & & \quad [T \to \bullet F], \\
 & & & \quad [F \to \bullet (E)], \\
 & & & \quad [F \to \bullet \mathsf{int}]\}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lcll}
q_7 & = & \delta(q_2, *) & = \{[T \to T * \bullet F], \\
 & & & \quad [F \to \bullet (E)], \\
 & & & \quad [F \to \bullet \mathsf{int}]\} \\
q_8 & = & \delta(q_5, E) & = \{[F \to (E \bullet)], \\
 & & & \quad [E \to E \bullet + T]\} \\
q_9 & = & \delta(q_6, T) & = \{[E \to E + T \bullet], \\
 & & & \quad [T \to T \bullet * F]\} \\
q_{10} & = & \delta(q_7, F) & = \{[T \to T * F \bullet]\} \\
q_{11} & = & \delta(q_8,)) & = \{[F \to (E) \bullet]\}
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
q_5' = \delta(q_5, (\,) = \{&[F \to (\bullet E), \{), +, *\}],\\
&[E \to \bullet E + T, \{), +\}],\\
&[E \to \bullet T, \{), +\}],\\
&[T \to \bullet T * F, \{), +, *\}],\\
&[T \to \bullet F, \{), +, *\}],\\
&[F \to \bullet (E), \{), +, *\}],\\
&[F \to \bullet \mathsf{int}, \{), +, *\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_6 = \delta(q_1, +) = \{&[E \to E + \bullet T], \\
&[T \to \bullet T * F], \\
&[T \to \bullet F], \\
&[F \to \bullet (E)], \\
&[F \to \bullet \mathsf{int}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_7 = \delta(q_2, *) = \{&[T \to T * \bullet F], \\
&[F \to \bullet (E)], \\
&[F \to \bullet \mathsf{int}]\}
\end{aligned}
$$

$$
q_8 = \delta(q_5, E) = \{[F \to (E \bullet)], [E \to E \bullet + T]\}
$$

$$
q_9 = \delta(q_6, T) = \{[E \to E + T \bullet], [T \to T \bullet * F]\}
$$

$$
q_{10} = \delta(q_7, F) = \{[T \to T * F \bullet]\}
$$

$$
q_{11} = \delta(q_8,)) = \{[F \to (E) \bullet]\}
$$

$$
\begin{array}{lcll}
q_5' & = & \delta(q_5, \,(\,) & = \{[F \to (\,\bullet\, E\,)\,, \{\,)\,, +, *\}], \\
 & & & \quad [E \to \bullet\, E + T, \{\,)\,, +\}], \\
 & & & \quad [E \to \bullet\, T, \{\,)\,, +\}], \\
 & & & \quad [T \to \bullet\, T * F, \{\,)\,, +, *\}], \\
 & & & \quad [T \to \bullet\, F, \{\,)\,, +, *\}], \\
 & & & \quad [F \to \bullet\, (\,E\,)\,, \{\,)\,, +, *\}], \\
 & & & \quad [F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\,)\,, +, *\}]\} \\
q_6 & = & \delta(q_1, +) & = \{[E \to E + \bullet\, T, \{\epsilon, +\}], \\
 & & & \quad [T \to \bullet\, T * F, \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & & \quad [T \to \bullet\, F, \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & & \quad [F \to \bullet\, (\,E\,)\,, \{\epsilon, +, *\}], \\
 & & & \quad [F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\epsilon, +, *\}]\}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcll}
q_7 & = & \delta(q_2, *) & = \{[T \to T * \bullet\, F\ ], \\
 & & & \quad [F \to \bullet\, (\,E\,)\ ], \\
 & & & \quad [F \to \bullet\, \mathsf{int}\ ]\} \\
q_8 & = & \delta(q_5, E) & = \{[F \to (\,E\,\bullet\,)\ ]\} \\
 & & & \quad [E \to E\,\bullet + T\ ]\} \\
q_9 & = & \delta(q_6, T) & = \{[E \to E + T\,\bullet\ ], \\
 & & & \quad [T \to T\,\bullet * F\ ]\} \\
q_{10} & = & \delta(q_7, F) & = \{[T \to T * F\,\bullet\ ]\} \\
q_{11} & = & \delta(q_8, \,) & = \{[F \to (\,E\,)\,\bullet\ ]\}
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
q_5' &= \delta(q_5, (\,)) = \{[F \to (\,\bullet E\,), \{\,), +, *\}],\\
&\quad [E \to \bullet E + T, \{\,), +\}],\\
&\quad [E \to \bullet T, \{\,), +\}],\\
&\quad [T \to \bullet T * F, \{\,), +, *\}],\\
&\quad [T \to \bullet F, \{\,), +, *\}],\\
&\quad [F \to \bullet (\,E\,), \{\,), +, *\}],\\
&\quad [F \to \bullet \mathsf{int}, \{\,), +, *\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_6 &= \delta(q_1, +) = \{[E \to E + \bullet T, \{\epsilon, +\}],\\
&\quad [T \to \bullet T * F, \{\epsilon, +, *\}],\\
&\quad [T \to \bullet F, \{\epsilon, +, *\}],\\
&\quad [F \to \bullet (\,E\,), \{\epsilon, +, *\}],\\
&\quad [F \to \bullet \mathsf{int}, \{\epsilon, +, *\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_7 &= \delta(q_2, *) = \{[T \to T * \bullet F, \{\epsilon, +, *\}],\\
&\quad [F \to \bullet (\,E\,), \{\epsilon, +, *\}],\\
&\quad [F \to \bullet \mathsf{int}, \{\epsilon, +, *\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_8 &= \delta(q_5, E) = \{[F \to (\,E \bullet\,), \{\epsilon, +, *\}]\}\\
&\quad [E \to E \bullet + T, \{\,), +\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
q_9 &= \delta(q_6, T) = \{[E \to E + T \bullet, \{\epsilon, +\}],\\
&\quad [T \to T \bullet * F, \{\epsilon, +, *\}]\}
\end{aligned}
$$

$$
q_{10} = \delta(q_7, F) = \{[T \to T * F \bullet, \{\epsilon, +, *\}]\}
$$

$$
q_{11} = \delta(q_8,)) = \{[F \to (\,E\,) \bullet, \{\epsilon, +, *\}]\}
$$

$$q'_2 = \delta(q'_5, T) = \{[E \to T\bullet, \{\,), +\}],\ [T \to T \bullet * F, \{\,), +, *\}]\}$$

$$q'_3 = \delta(q'_5, F) = \{[F \to F\bullet, \{\,), +, *\}]\}$$

$$q'_4 = \delta(q'_5, \mathsf{int}) = \{[F \to \mathsf{int}\bullet, \{\,), +, *\}]\}$$

$$q'_6 = \delta(q_8, +) = \{[E \to E + \bullet\, T, \{\,), +\}],\ [T \to \bullet\, T * F, \{\,), +, *\}],\ [T \to \bullet\, F, \{\,), +, *\}],\ [F \to \bullet\,(\,E\,), \{\,), +, *\}],\ [F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\,), +, *\}]\}$$

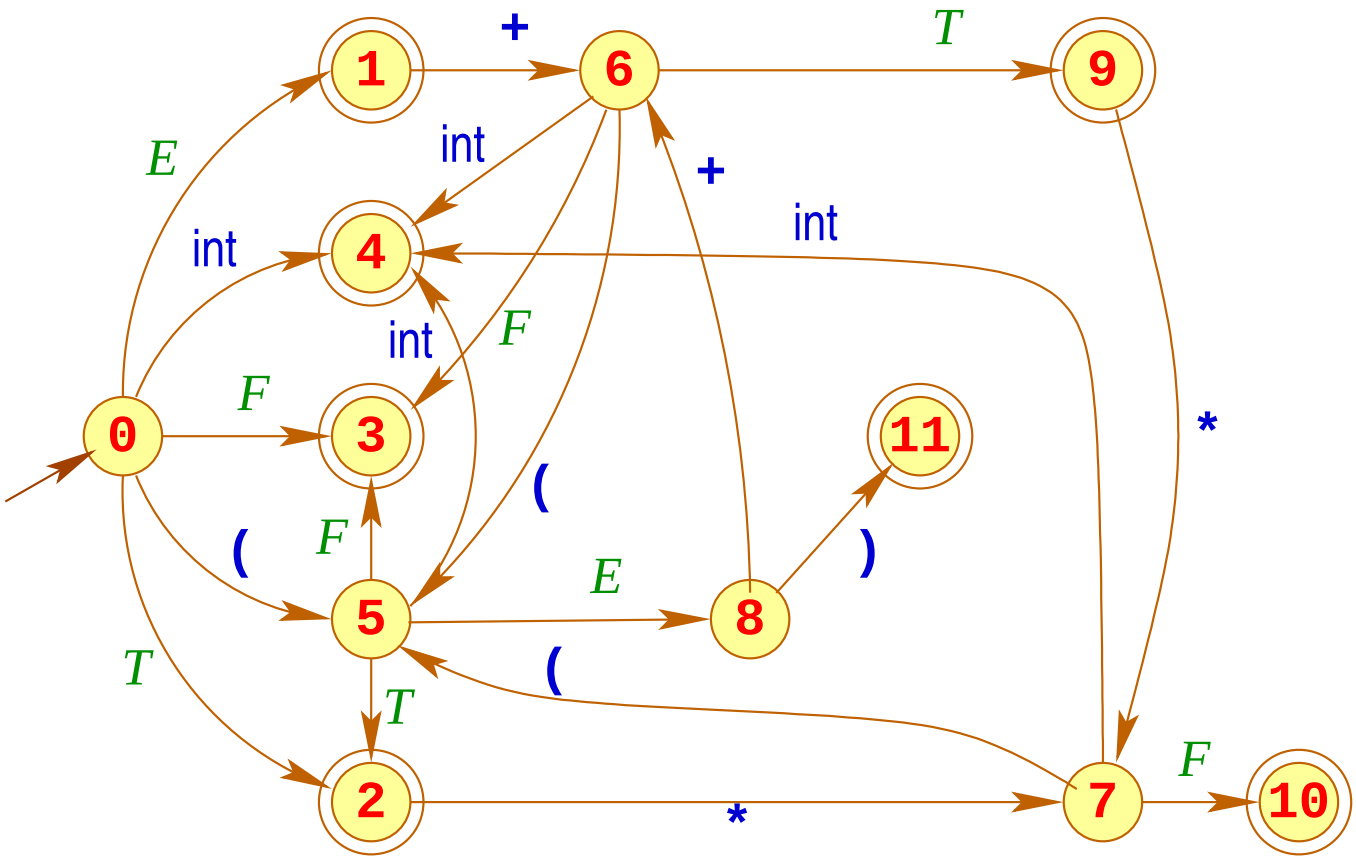
$$q'_7 = \delta(q_9, *) = \{[T \to T * \bullet\, F, \{\,), +, *\}],\ [F \to \bullet\,(\,E\,), \{\,), +, *\}],\ [F \to \bullet\, \mathsf{int}, \{\,), +, *\}]\}$$

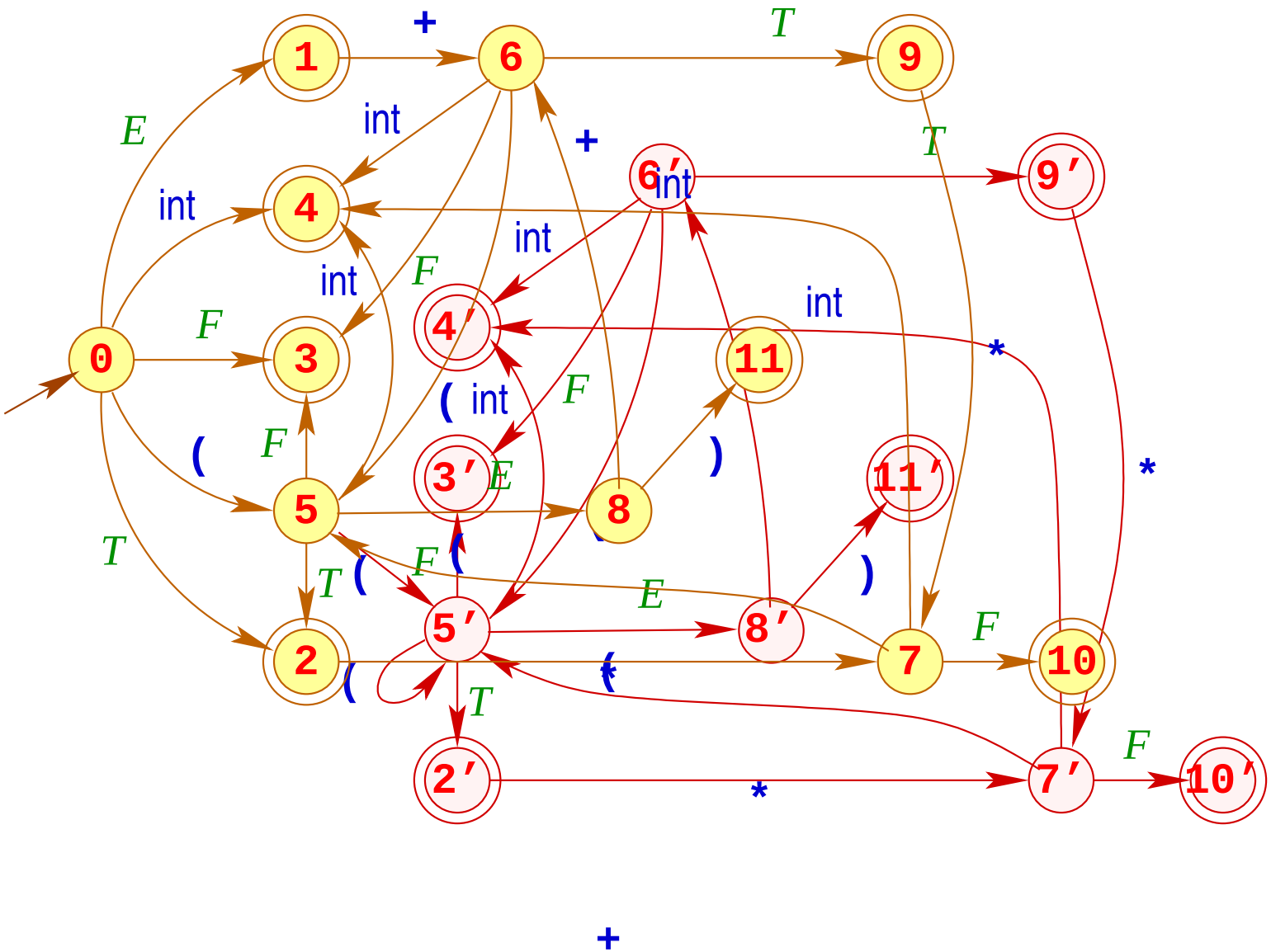
$$q'_8 = \delta(q'_5, E) = \{[F \to (\,E \bullet\,), \{\,), +, *\}]\}\ [E \to E \bullet + T, \{\,), +\}]\}$$

$$q'_9 = \delta(q'_6, T) = \{[E \to E + T\bullet, \{\,), +\}],\ [T \to T \bullet * F, \{\,), +, *\}]$$

$$q'_{10} = \delta(q'_7, F) = \{[T \to T * F\bullet, \{\,), +, *\}]\}$$

$$q'_{11} = \delta(q'_8, \,)\,) = \{[F \to (\,E\,)\bullet, \{\,), +, *\}]\}$$


0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
E
int
+
T
int
int
F
F
(
F
(
E
)
*
T
T
(
F
*
+


0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
2′
3′
4′
5′
6′
7′
8′
9′
10′
11′
E
int
+
T
F
(
)
*

Diskussion:

- Im Beispiel hat sich die Anzahl der Zustände fast verdoppelt :-)
  Es kann noch schlimmer kommen :-(

- Die Konflikte in den Zuständen q_1, q_2, q_9 sind nun aufgelöst ...
  Z.B. haben wir für:

$$q_9 = \{[E \to E + T\bullet, \{\epsilon, +\}], \\ [T \to T \bullet * F, \{\epsilon, +, *\}]\}$$

$$\{\epsilon, +\} \cap (\mathsf{First}_1(* F) \odot \{\epsilon, +, *\}) = \{\epsilon, +\} \cap \{*\} = \emptyset$$

Allgemein:

Wir identifizieren zwei Konflikte:

Reduce-Reduce-Konflikt:

$$[A \to \gamma \bullet,\ x]\,,\ \ [A' \to \gamma' \bullet,\ x] \ \in\ q \quad \text{mit} \quad A \neq A' \vee \gamma \neq \gamma'$$

Shift-Reduce-Konflikt:

$$[A \to \gamma \bullet,\ x]\,,\ \ [A' \to \alpha \bullet a\,\beta,\ y] \ \in\ q \quad \text{mit} \quad a \in T \quad \text{und}$$

$$x \ \in\ \{a\} \odot \mathsf{First}_k(\beta) \odot \{y\}\,.$$

für einen Zustand $q \in Q$.

Solche Zustände nennen wir jetzt $LR(k)$-ungeeignet :-)

Satz

Eine reduzierte kontextfreie Grammatik G ist genau dann $LR(k)$ wenn der kanonische $LR(k)$-Automat $LR(G,k)$ keine $LR(k)$-ungeeigneten Zustände besitzt.

Satz

Eine reduzierte kontextfreie Grammatik G ist genau dann $LR(k)$ wenn der kanonische $LR(k)$-Automat $LR(G,k)$ keine $LR(k)$-ungeeigneten Zustände besitzt.

Diskussion:

- Unser Beispiel ist offenbar $LR(1)$:-)
- Im Allgemeinen hat der kanonische $LR(k)$-Automat sehr viel mehr Zustände als $LR(G) = LR(G,0)$:-(
- Man betrachtet darum i.a. Teilklassen von $LR(k)$-Grammatiken, bei denen man nur $LR(G)$ benutzt ...

Satz

Eine reduzierte kontextfreie Grammatik G ist genau dann $LR(k)$ wenn der kanonische $LR(k)$-Automat $LR(G,k)$ keine $LR(k)$-ungeeigneten Zustände besitzt.

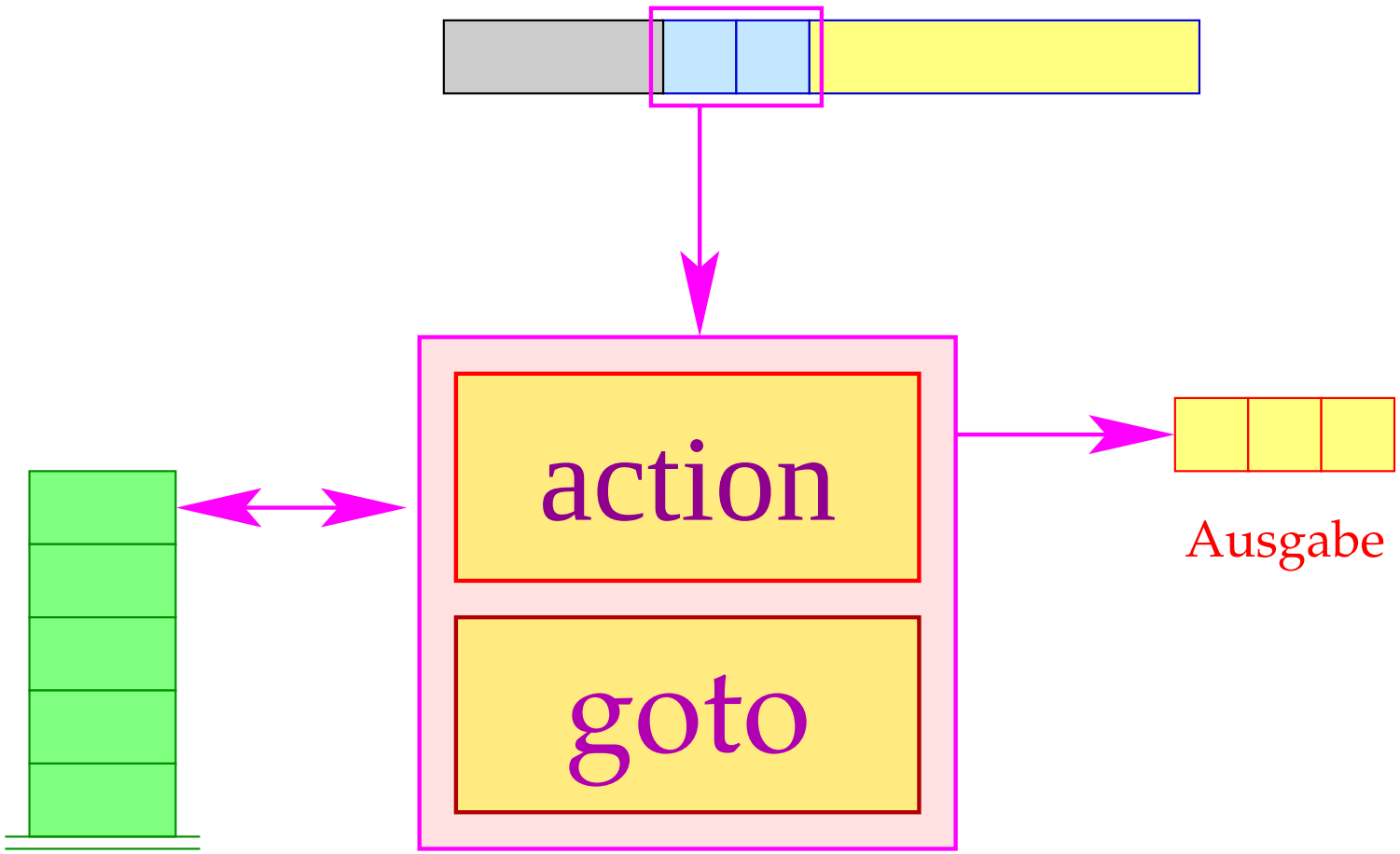
Diskussion:

- Unser Beispiel ist offenbar $LR(1)$:-)
- Im Allgemeinen hat der kanonische $LR(k)$-Automat sehr viel mehr Zustände als $LR(G) = LR(G,0)$:-(
- Man betrachtet darum i.a. Teilklassen von $LR(k)$-Grammatiken, bei denen man nur $LR(G)$ benutzt ...
- Zur Konflikt-Auflösung ordnet man den Items in den Zuständen Vorausschau-Mengen zu:

  (1) Die Zuordnung ist unabhängig vom Zustand $\Longrightarrow$ Simple $LR(k)$

  (2) Die Zuordnung hängt vom Zustand ab $\Longrightarrow$ $LALR(k)$

Der $LR(k)$-Parser:



Erläuterung:

- Die goto-Tabelle kodiert die Zustandsübergänge:

$$\mathsf{goto}[q, X] = \delta(q, X) \quad \in \quad Q$$

- Die action-Tabelle beschreibt für jeden Zustand q und möglichen Look-ahead w die erforderliche Aktion.

Diese sind:

shift	//	Shift-Operation
reduce $(A \to \gamma)$	//	Reduktion mit Ausgabe
error	//	Fehler

... im Beispiel:

$$
\begin{array}{lcl}
E & \rightarrow & E + T^{\,0} \;\mid\; T^{\,1} \\
T & \rightarrow & T * F^{\,0} \;\mid\; F^{\,1} \\
F & \rightarrow & (\; E \;)^{\,0} \;\mid\; \mathsf{int}^{\,1}
\end{array}
$$

action	ϵ	int	(	)	+	*
q_1	$S', 0$					s
q_2	$E, 1$					s
q_2'				$E, 1$		s
q_3	$T, 1$				$T, 1$	$T, 1$
q_3'				$T, 1$	$T, 1$	$T, 1$
q_4	$F, 1$				$F, 1$	$F, 1$
q_4'				$F, 1$	$F, 1$	$F, 1$
q_9	$E, 0$				$E, 0$	s
q_9'				$E, 0$	$E, 0$	s
q_{10}	$T, 0$				$T, 0$	$T, 0$
q_{10}'				$T, 0$	$T, 0$	$T, 0$
q_{11}	$F, 0$				$F, 0$	$F, 0$
q_{11}'				$F, 0$	$F, 0$	$F, 0$