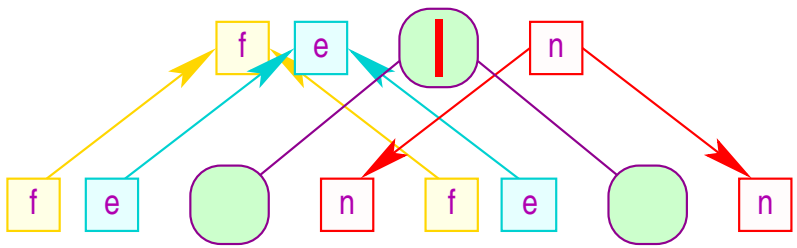
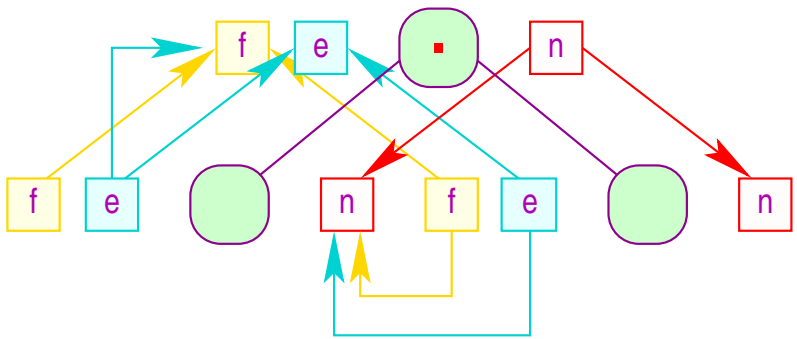
$$
\begin{array}{lcll}
\boxed{|} : & \mathsf{empty}[0] & := & \mathsf{empty}[1] \vee \mathsf{empty}[2] \\
 & \mathsf{first}[0] & := & \mathsf{first}[1] \cup \mathsf{first}[2] \\
 & \mathsf{next}[1] & := & \mathsf{next}[0] \\
 & \mathsf{next}[2] & := & \mathsf{next}[0]
\end{array}
$$

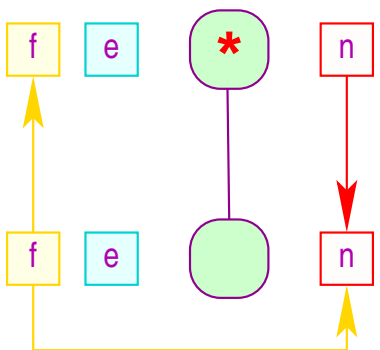


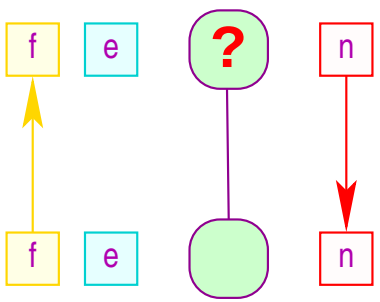
$$
\begin{array}{lcll}
\boxed{\cdot} & : & \mathsf{empty}[0] & := & \mathsf{empty}[1] \wedge \mathsf{empty}[2] \\
 & & \mathsf{first}[0] & := & \mathsf{first}[1] \cup (\mathsf{empty}[1])\,?\,\mathsf{first}[2] : \emptyset \\
 & & \mathsf{next}[1] & := & \mathsf{first}[2] \cup (\mathsf{empty}[2])\,?\,\mathsf{next}[0] \\
 & & \mathsf{next}[2] & := & \mathsf{next}[0]
\end{array}
$$



$$
\begin{array}{lcll}
\boxed{*} & : & \mathsf{empty}[0] & := & t \\
 & & \mathsf{first}[0] & := & \mathsf{first}[1] \\
 & & \mathsf{next}[1] & := & \mathsf{first}[1] \cup \mathsf{next}[0]
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcll}
\boxed{?} & : & \mathsf{empty}[0] & := & t \\
 & & \mathsf{first}[0] & := & \mathsf{first}[1] \\
 & & \mathsf{next}[1] & := & \mathsf{next}[0]
\end{array}
$$





Problem:

- Eine Auswertungsstrategie kann es nur dann geben, wenn die Variablen-Abhängigkeiten in jedem attributierten Baum azyklisch sind !!!
- Es ist DEXPTIME-vollständig, herauszufinden, ob keine zyklischen Variablenabhängigkeiten vorkommen können :-(

Problem:

- Eine Auswertungsstrategie kann es nur dann geben, wenn die Variablen-Abhängigkeiten in jedem attributierten Baum azyklisch sind !!!
- Es ist DEXPTIME-vollständig, herauszufinden, ob keine zyklischen Variablenabhängigkeiten vorkommen können :-(

Ideen:

(1) Die Benutzerin soll die Strategie spezifizieren ;-)

(2) In der Praxis wirds schon nicht so schlimm kommen ;-}

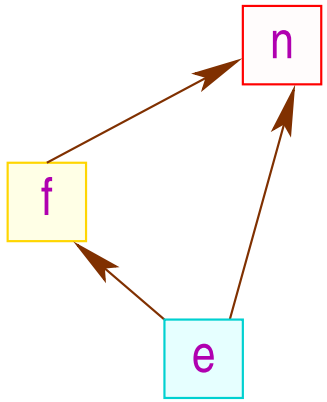
(3) Betrachte Teilklassen ...

Stark azyklische Attributierung:

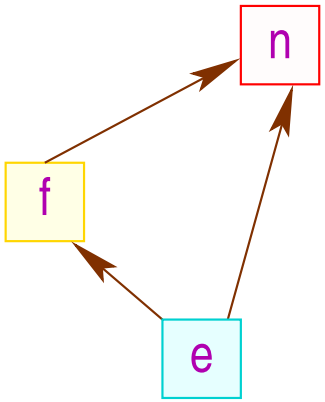
Berechne eine partielle Ordnung auf den Attributen eines Knotens, die kompatibel mit den lokalen Attribut-Abhängigkeiten ist:

- Wir starten mit der trivialen Ordung $\sqsubseteq \; = \; =$:-)
- Die aktuelle Ordnung setzen wir an den Sohn-Knoten in die lokalen Abhängigkeitsgraphen ein.
- Ergibt sich ein Kreis, geben wir auf :-))
- Andernfalls fügen wir alle Beziehungen $a \sqsubseteq b$ hinzu, für die es jetzt einen Pfad von $a[0]$ nach $b[0]$ gibt.
- Lässt sich $\subseteq$ nicht mehr vergrößern, hören wir auf ...

... im Beispiel:



... im Beispiel:



Diskussion:

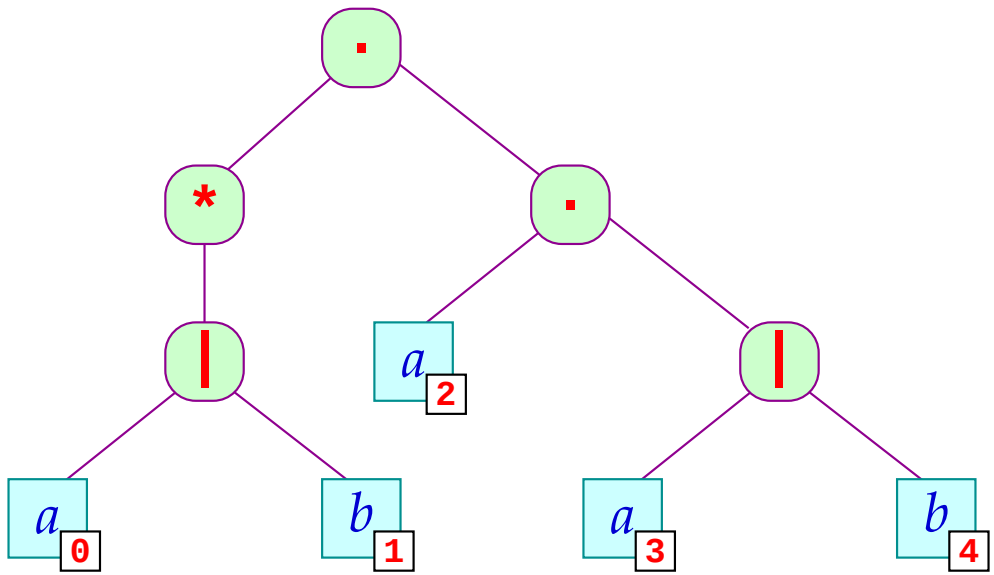
- Die Berechnung der partiellen Ordnung $\sqsubseteq$ ist eine Fixpunkt-Berechnung :-)
- Die partielle Ordnung können wir in eine lineare Ordnung einbetten ...
- Die lineare Ordnung gibt uns an, in welcher Reihenfolge die Attribute berechnet werden müssen :-)
- Die lokalen Abhängigkeitsgraphen zusammen mit der linearen Ordnung erlauben die Berechnung einer Strategie ...

Mögliche Strategien:

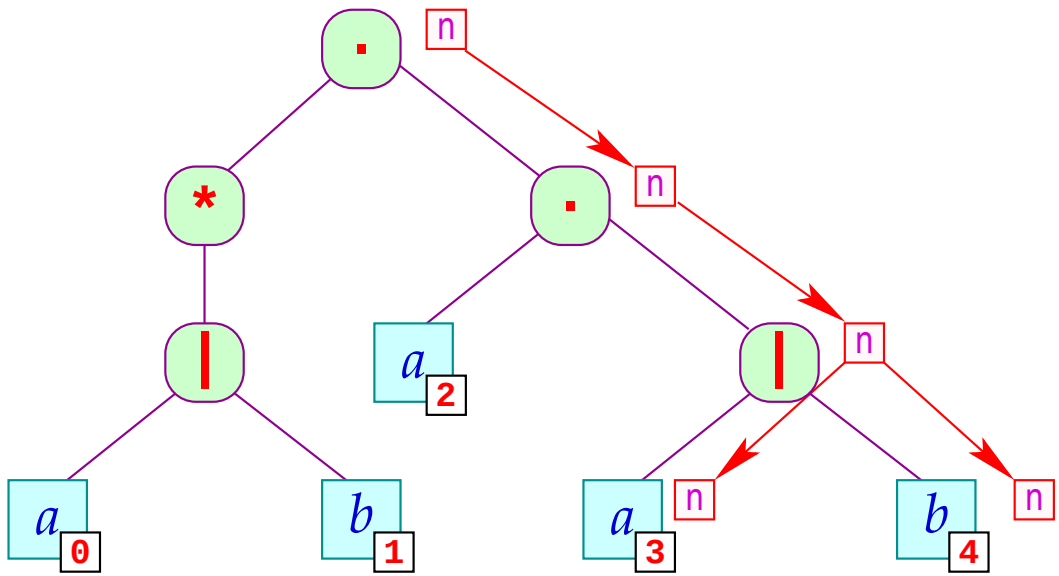
(1) Bedarfsgetriebene Auswertung:

- Beginne mit der Berechnung eines Attributs.
- Sind die Argument-Attribute noch nicht berechnet, berechne rekursiv deren Werte :-)
- Besuche die Knoten des Baum nach Bedarf...

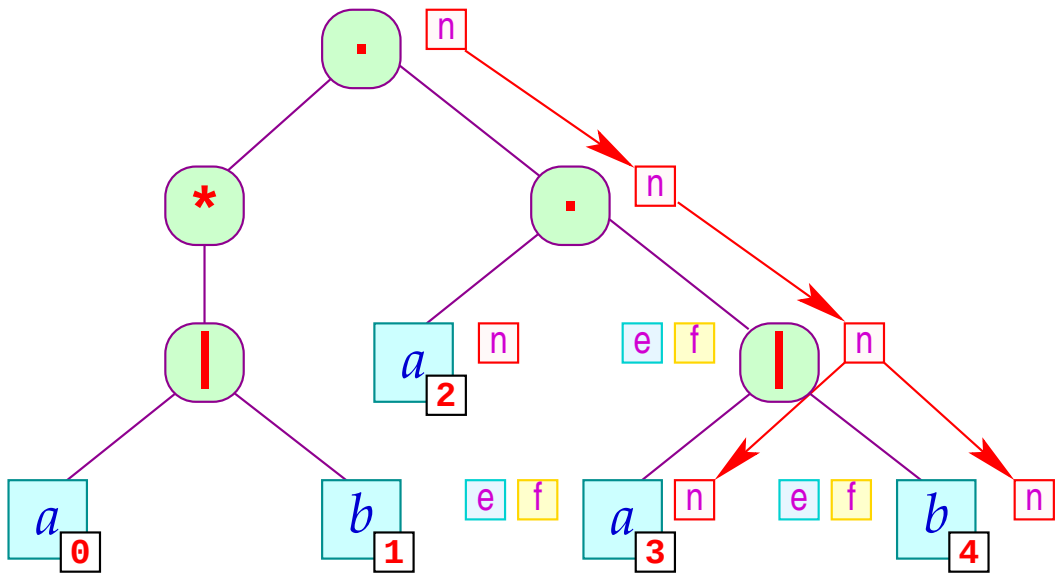
Beispiel, bedarfsgetrieben:



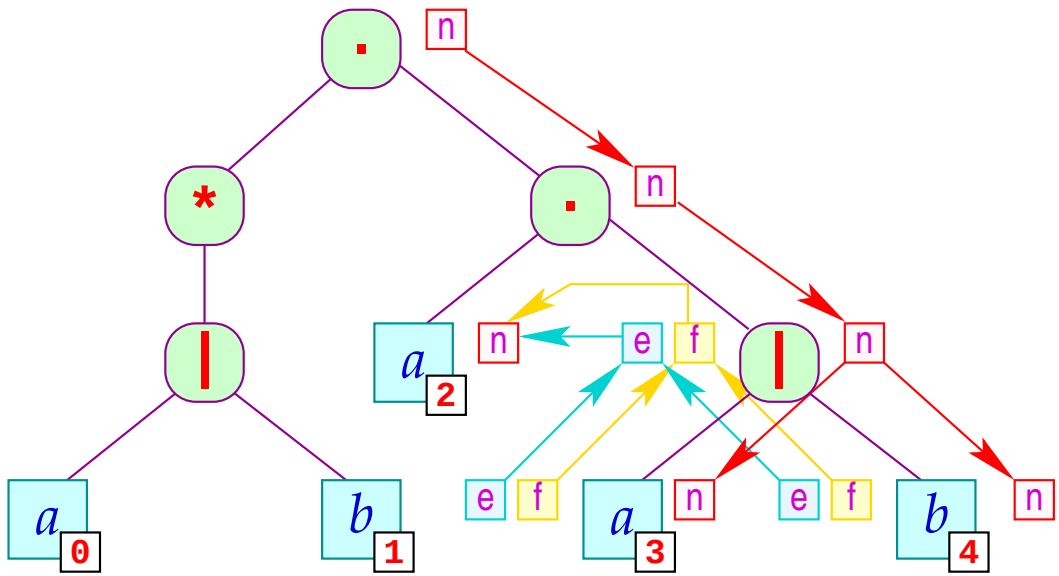
Beispiel, bedarfsgetrieben:



Beispiel, bedarfsgetrieben:



Beispiel, bedarfsgetrieben:



Diskussion:

- Die Reihenfolge hängt i.a. vom zu attributierenden Baum ab.
- Der Algorithmus muss sich merken, welche Attribute er bereits berechnete :-(
- Der Algorithmus besucht manche Knoten unnötig oft.
- Der Algorithmus ist nicht-lokal :-((

Mögliche Strategien (Forts.):

(2) Auswertung in Pässen:

- Minimiere die Anzahl der Besuche an jedem Knoten.
- Organisiere die Auswertung in Durchläufe durch den Baum.
- Berechne für jeden Pass eine Besuchsstrategie für die Knoten zusammen mit einer lokalen Strategie für jeden Knoten-Typ ...

Achtung:

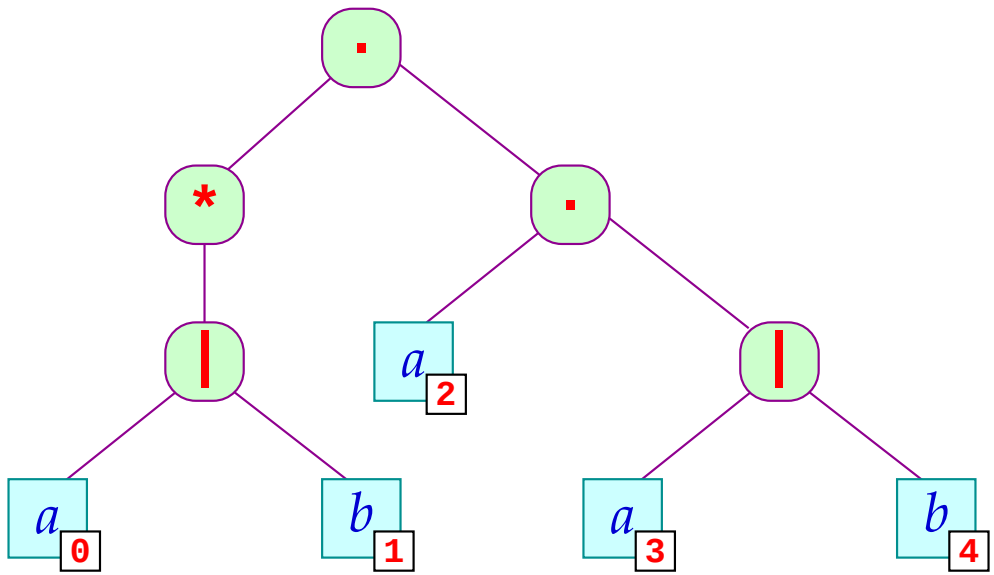
- Das minimale Attribut in der Anordnung für stark azyklische Attributierungen lässt sich stets in einem Pass berechnen :-)
- Man braucht folglich für stark azyklische Attributierungen maximal so viele Pässe, wie es Attribute gibt :-))
- Hat man einen Baum-Durchlauf zur Berechnung einiger Attribute, kann man überprüfen, ob er geeignet ist, gleichzeitig weitere Attribute auszuwerten $\Longrightarrow$ Optimierungsproblem

... im Beispiel:

empty und first lassen sich gemeinsam berechnen.

next muss in einem weiteren Pass berechnet werden :-(

Weiteres Beispiel: Nummerierung der Blätter eines Baums:

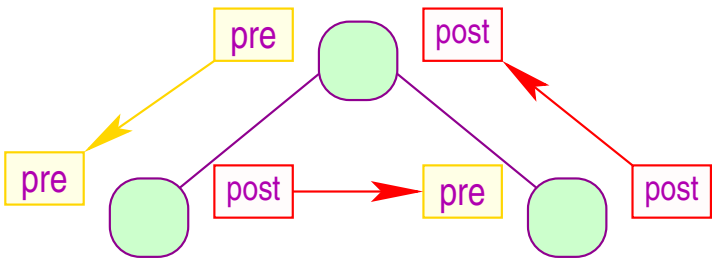


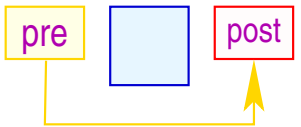
Idee:

- Führe Hilfsattribute pre und post ein !
- Mit pre reichen wir einen Zählerstand nach unten
- Mit post reichen wir einen Zählerstand wieder nach oben ...

$$
\begin{array}{lll}
\text{Root:} & \mathsf{pre}[0] & := \quad 0 \\
 & \mathsf{pre}[1] & := \quad \mathsf{pre}[0] \\
 & \mathsf{post}[0] & := \quad \mathsf{post}[1] \\
 & & \\
\text{Node:} & \mathsf{pre}[1] & := \quad \mathsf{pre}[0] \\
 & \mathsf{pre}[2] & := \quad \mathsf{post}[1] \\
 & \mathsf{post}[0] & := \quad \mathsf{post}[2] \\
 & & \\
\text{Leaf:} & \mathsf{post}[0] & := \quad \mathsf{pre}[0] + 1
\end{array}
$$

... die lokalen Attribut-Abhängigkeiten:





- Die Attributierung ist offenbar stark azyklisch :-)
- Man kann alle Attribute in einem Links-Rechts-Durchlauf auswerten :-))
- So etwas nennen wir L-Attributierung.
- L-Attributierung liegt auch unseren Query-Tools zur Suche in XML-Dokumenten zugrunde $\Longrightarrow$ fxgrep

Praktische Erweiterungen:

- Symboltabellen, Typ-Überprüfung / Inferenz und (einfache) Codegenerierung können durch Attributierung berechnet werden :-)
- In diesen Anwendungen werden stets Syntaxbäume annotiert.
- Die Knoten-Beschriftungen entsprechen den Regeln einer kontextfreien Grammatik :-)
- Knotenbeschriftungen können in Sorten eingeteilt werden — entsprechend den Nichtterminalen auf der linken Seite ...
- Unterschiedliche Nichtterminale benötigen evt. unterschiedliche Mengen von Attributen.
- Eine attributierte Grammatik ist eine CFG erweitert um:

  → Attribute für jedes Nichtterminal;

  → lokale Attribut-Gleichungen.

- Damit können die syntaktische, Teile der semantischen Analyse wie der Codeerzeugung generiert werden :-)