Triviales Beispiel:

Loads :	Comps :	Moves :
$D \rightarrow M[A]$	$D \rightarrow c$	$D \rightarrow A$
$D \rightarrow M[A+A]$	$D \rightarrow D+D$	$A \rightarrow D$

- Registerklassen D (Data) und A (Address).
- Arithmetik wird nur für Daten unterstützt ...
- Laden nur für Adressen :-)
- Zwischen Daten- und Adressregistern gibt es Moves.

Target: $M[A + c]$

Aufgabe:

Finde Folge von Regelanwendungen, die das Target aus einem Nichtterminal erzeugt ...

$$\boxed{\boxed{D}}$$

Target: $M[A + c]$

Aufgabe:

Finde Folge von Regelanwendungen, die das Target aus einem Nichtterminal erzeugt ...

Target: $M[A + c]$

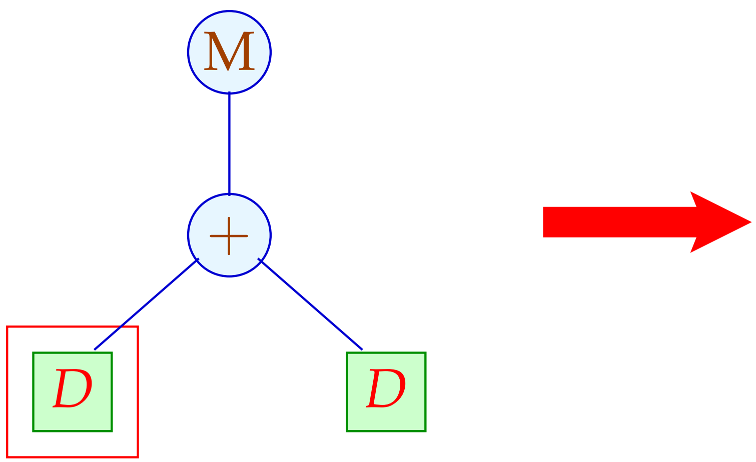
Aufgabe:

Finde Folge von Regelanwendungen, die das Target aus einem Nichtterminal erzeugt ...

Target: $M[A + c]$

Aufgabe:

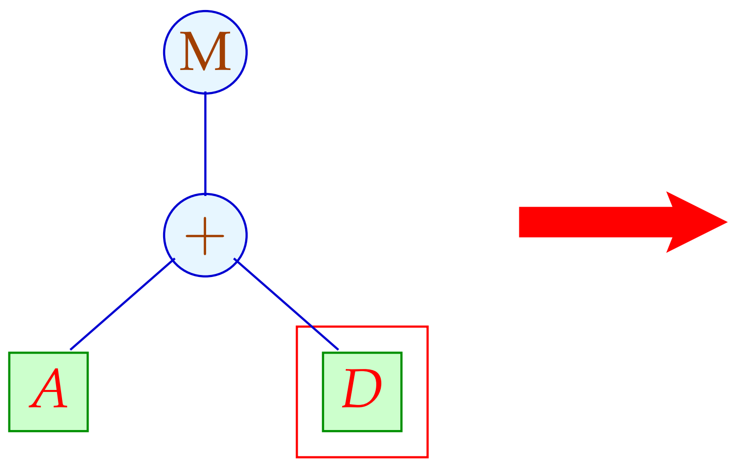
Finde Folge von Regelanwendungen, die das Target aus einem Nichtterminal erzeugt ...



Target: $M[A + c]$

Aufgabe:

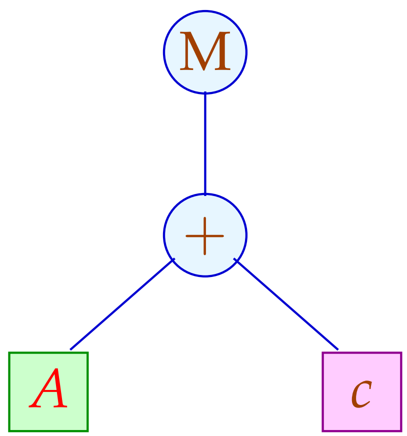
Finde Folge von Regelanwendungen, die das Target aus einem Nichtterminal erzeugt ...



Target: $M[A + c]$

Aufgabe:

Finde Folge von Regelanwendungen, die das Target aus einem Nichtterminal erzeugt ...



Die umgekehrte Folge der Regelanwendungen liefert eine geeignete Instruktionsfolge :-)

Verschiedene Ableitungen liefern verschiedene Folgen ...

Problem:

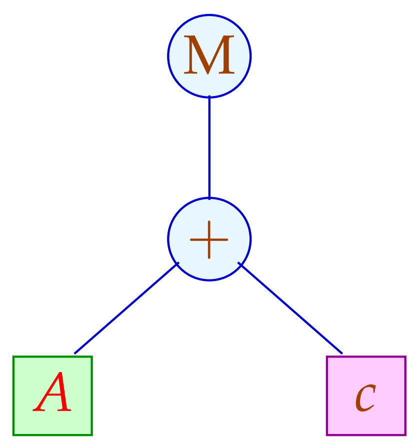
→ Wie durchsuchen wir systematisch die Menge aller Ableitungen ?

→ Wie finden wir die beste ??

Beobachtung:

- Nichtterminale stehen stets an den Blättern.
- Statt eine Ableitung für das Target topdown zu raten, sammeln wir sämtliche Möglichkeiten bottom-up auf

  $\Longrightarrow$ Tree parsing
- Dazu lesen wir die Regeln von rechts nach links ...

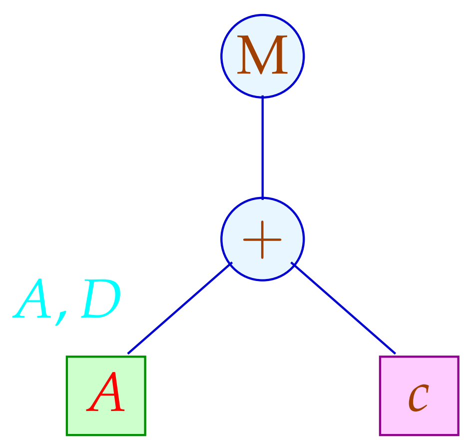


Beobachtung:

- Nichtterminale stehen stets an den Blättern.
- Statt eine Ableitung für das Target topdown zu raten, sammeln wir sämtliche Möglichkeiten bottom-up auf

  $\Longrightarrow$ Tree parsing

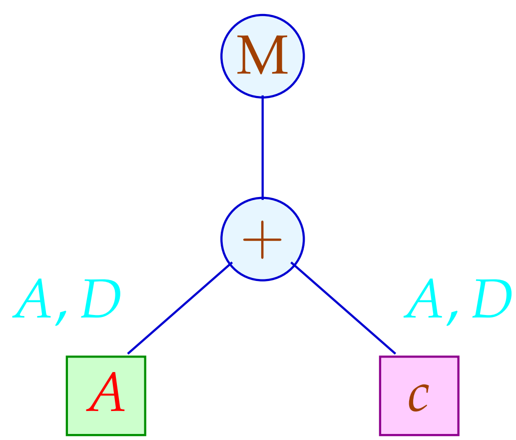
- Dazu lesen wir die Regeln von rechts nach links ...



Beobachtung:

- Nichtterminale stehen stets an den Blättern.
- Statt eine Ableitung für das Target topdown zu raten, sammeln wir sämtliche Möglichkeiten bottom-up auf

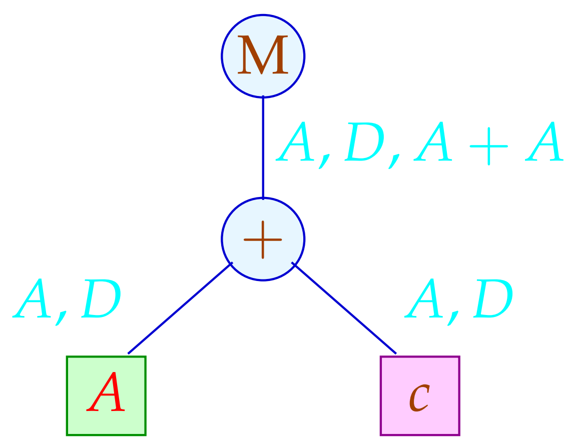
  $\Longrightarrow$ Tree parsing
- Dazu lesen wir die Regeln von rechts nach links ...



Beobachtung:

- Nichtterminale stehen stets an den Blättern.
- Statt eine Ableitung für das Target topdown zu raten, sammeln wir sämtliche Möglichkeiten bottom-up auf

  $\Longrightarrow$ Tree parsing
- Dazu lesen wir die Regeln von rechts nach links ...

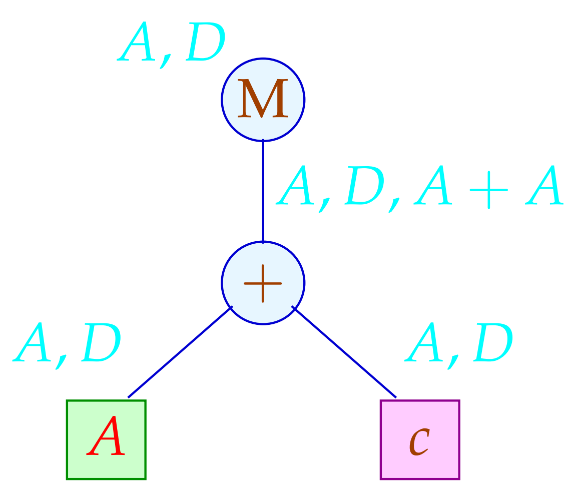


Beobachtung:

- Nichtterminale stehen stets an den Blättern.
- Statt eine Ableitung für das Target topdown zu raten, sammeln wir sämtliche Möglichkeiten bottom-up auf

$\Longrightarrow$ Tree parsing

- Dazu lesen wir die Regeln von rechts nach links ...



Für jeden Teilbaum t des Targets sammeln wir die Menge

$$Q(t) \subseteq \{S\} \cup \mathsf{Reg} \cup \mathsf{Term}$$

Reg die Menge der Registerklassen,
Term die Menge der Teilbäume rechter Seiten — auf mit:

$$Q(t) = \{s \mid s \Rightarrow^* t\}$$

Diese ergeben sich zu:

$$\begin{array}{lll} Q(R) & = & \mathsf{Move}\,\{R\} \\ Q(c) & = & \mathsf{Move}\,\{c\} \\ Q(a(t_1,\ldots,t_k)) & = & \mathsf{Move}\,\{s = a(s_1,\ldots,s_k) \in \mathsf{Term} \mid s_i \in Q(t_i)\} \\ & & \quad // \quad \text{normalerweise} \quad k \leq 2 \quad \text{:-)} \end{array}$$

Die Hilfsfunktion Move bildet den Abschluss unter Regelanwendungen:

$$\begin{array}{lll} \mathsf{Move}\,(L) & \supseteq & L \\ \mathsf{Move}\,(L) & \supseteq & \{R \in \mathsf{Reg} \mid \exists\, s \in L : \quad R \to s\} \end{array}$$

Die kleinste Lösung dieses Constraint-Systems lässt sich aus der Grammatik in linearer Zeit berechnen :-)

// Im Beispiel haben wir in $Q(t)$ auf s verzichtet,
// falls s kein echter Teilterm einer rechten Seite ist :-)

Auswahlkriterien:

- Länge des Codes;
- Laufzeit der Ausführung;
- Parallelisierbarkeit;
- ...

Achtung:

Die Laufzeit von Instruktionen kann vom Kontext abhängen !!?

Vereinfachung:

Jede Instruktion r habe Kosten $c[r]$.

Die Kosten einer Instruktionsfolge sind additiv:

$$c[r_1 \dots r_k] = c[r_1] + \dots + c[r_k]$$

	c	Instruktion
0	3	$D \rightarrow M[A + A]$
1	2	$D \rightarrow M[A]$
2	1	$D \rightarrow D + D$
3	1	$D \rightarrow c$
4	1	$D \rightarrow A$
5	1	$A \rightarrow D$

Aufgabe:

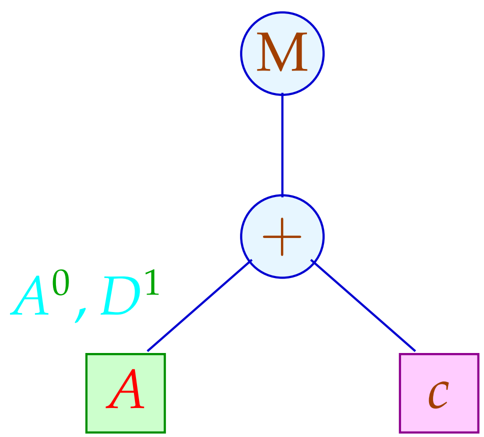
Wähle eine Instruktionsfolge mit minimalen Kosten !

Idee:

Sammle Ableitungen bottom-up auf unter

* Kostenkalkulation und
* Auswahl.

... im Beispiel:

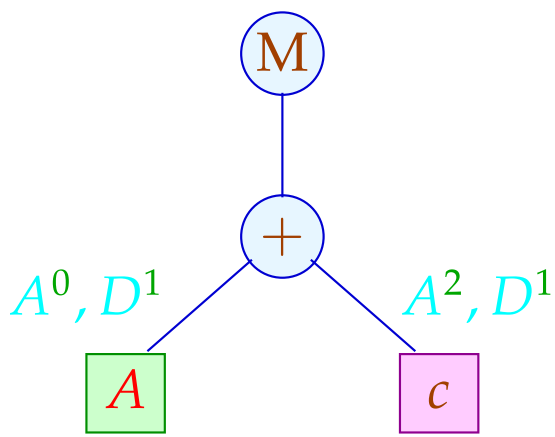


Idee:

Sammle Ableitungen bottom-up auf unter

* Kostenkalkulation und
* Auswahl.

... im Beispiel:

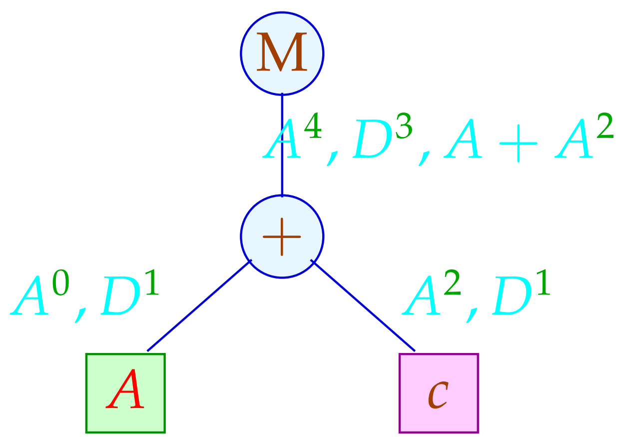


Idee:

Sammle Ableitungen bottom-up auf unter

* Kostenkalkulation und
* Auswahl.

... im Beispiel:

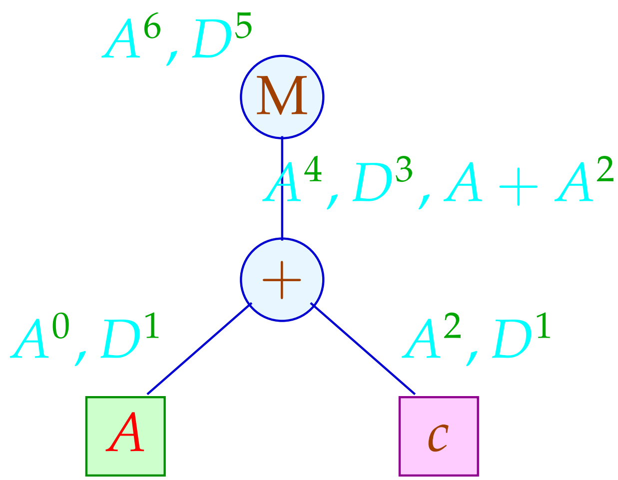


Idee:

Sammle Ableitungen bottom-up auf unter

* Kostenkalkulation und
* Auswahl.

... im Beispiel:

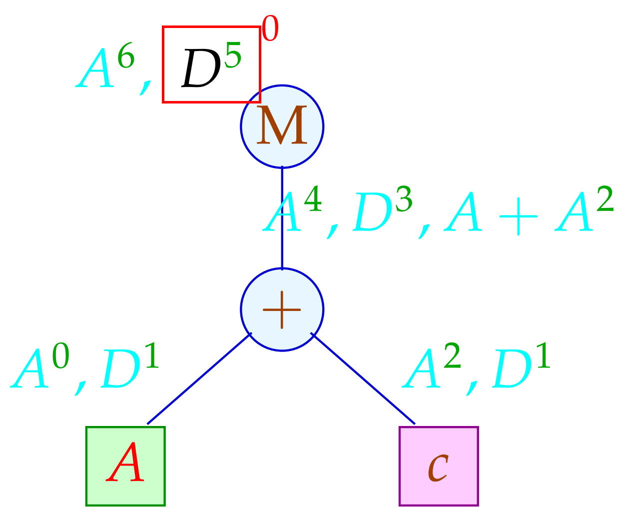


Idee:

Sammle Ableitungen bottom-up auf unter

* Kostenkalkulation und
* Auswahl.

... im Beispiel:

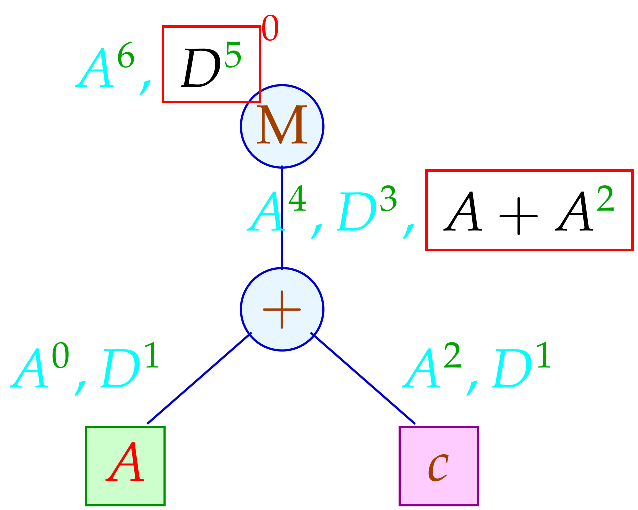


Idee:

Sammle Ableitungen bottom-up auf unter

* Kostenkalkulation und
* Auswahl.

... im Beispiel:

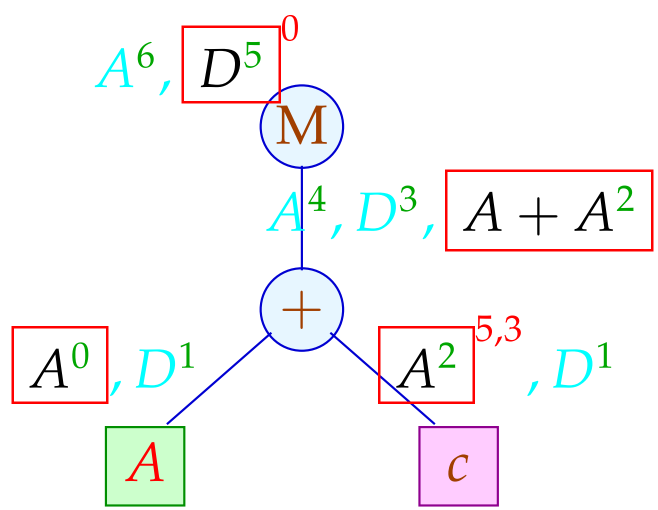


Idee:

Sammle Ableitungen bottom-up auf unter

- Kostenkalkulation und
- Auswahl.

... im Beispiel:



Kostenkalkulation:

$$
\begin{array}{llll}
c_t[s] & = & c_{t_1}[s_1] + \ldots + c_{t_k}[s_k] & \text{falls} \quad s = a(s_1, \ldots, s_k), t = a(t_1, \ldots, t_k) \\
c_t[R] & = & \bigsqcap\{c[R, s] + c_t[s] \mid s \in Q(t)\} & \text{wobei}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
c[R, s] & \leq & c[r] & \text{falls} \quad r : \quad R \rightarrow s \\
c[R, s] & \leq & c[r] + c[R', s] & \text{falls} \quad r : \quad R \rightarrow R'
\end{array}
$$

Das Constraint-System für $c[R, s]$ kann in Zeit $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$ gelöst werden — falls n die Anzahl der Paare R, s ist :-)

Für jedes R, s liefert die Fixpunkt-Berechnung eine Folge:

$$\pi[R, s] \;:\; R \Rightarrow R_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow R_k \Rightarrow s$$

deren Kosten gerade $c[R, s]$ ist :-)

Mithilfe der $\pi[R, s]$ lässt sich eine billigste Ableitung topdown rekonstruieren :-)

Im Beispiel:

$$\begin{array}{lll} D_2 & = & c; \\ A_2 & = & D_2; \\ D_1 & = & M[A_1 + A_2]; \end{array}$$

mit Kosten 5 . Die Alternative:

$$\begin{array}{lll} D_2 & = & c; \\ D_3 & = & A_1; \\ D_4 & = & D_3 + D_2; \\ A_2 & = & D_4; \\ D_1 & = & M[A_2]; \end{array}$$

hätte Kosten 7 :-)

Diskussion:

- Die Code-Erzeugung muss schnell gehn :-)
- Anstelle für jeden Knoten neu zu überprüfen, wie die Regeln zusammen passen, kann die Berechnung auch in einen endlichen Automaten kompiliert werden :-))

Ein deterministischer endlicher Baumautomat (DTA) A besteht aus:

Q	$==$	endliche Menge von Zuständen
Σ	$==$	Operatoren und Konstanten
δ_a	$==$	Übergangsfunktion für $a \in \Sigma$
$F \subseteq Q$	$==$	akzeptierende Zustände

Dabei ist:

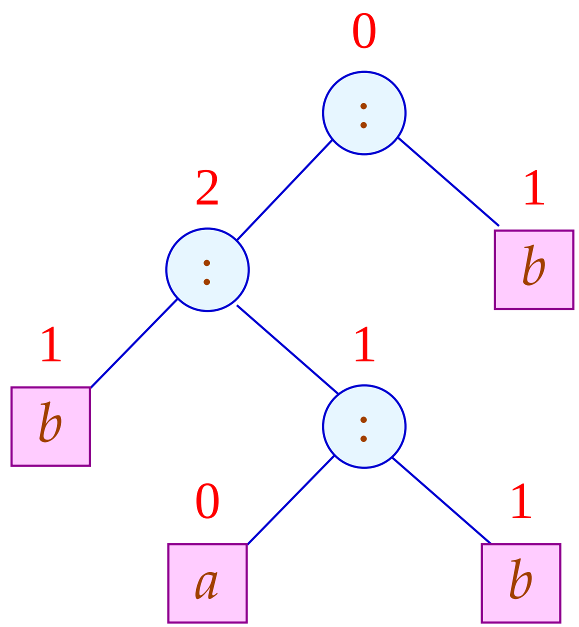
$$\begin{array}{llll} \delta_c : & Q & \text{falls} & c \ \text{Konstante} \\ \delta_a : & Q^k \to Q & \text{falls} & a \ k\text{-stellig} \end{array}$$

Beispiel:

$$\begin{array}{lllllll} Q & = & \{0,1,2\} & & F & = & \{0\} \\ \Sigma & = & \{a, b, :\} & & & & \\ \delta_a & = & 0 & & \delta_b & = & 1 \end{array}$$

$$\delta_:(s_1, s_2) = (s_1 + s_2)\%3$$

// akzeptiert alle Bäume mit $3 \cdot k$ b-Blättern



Der Zustand an einem Knoten a ergibt sich aus den Zuständen der Kinder mittels δ_a (-:

$$
\begin{array}{lll}
Q(c) & = & \delta_c \\
Q(a(t_1, \ldots, t_k)) & = & \delta_a(Q(t_1), \ldots, Q(t_k))
\end{array}
$$

Die von A definierte Sprache (oder: Menge von Bäumen) ist:

$$\mathcal{L}(A) = \{t \mid Q(t) \in F\}$$

... in unserer Anwendung:

$$\begin{array}{lll} Q & == & \text{Teilmengen von } \quad \mathsf{Reg} \cup \mathsf{Term} \cup \{S\} \end{array}$$

// I.a. werden nicht sämtiche Teilmengen benötigt :-)

$$\begin{array}{lll} F & == & \text{gewünschter Effekt} \\ \delta_R & == & \mathsf{Move}\,\{R\} \\ \delta_c & == & \mathsf{Move}\,\{c\} \\ \delta_a(Q_1, \ldots, Q_k) & == & \mathsf{Move}\,\{s = a(s_1, \ldots, s_k) \in \mathsf{Term} \mid s_i \in Q_i\} \end{array}$$