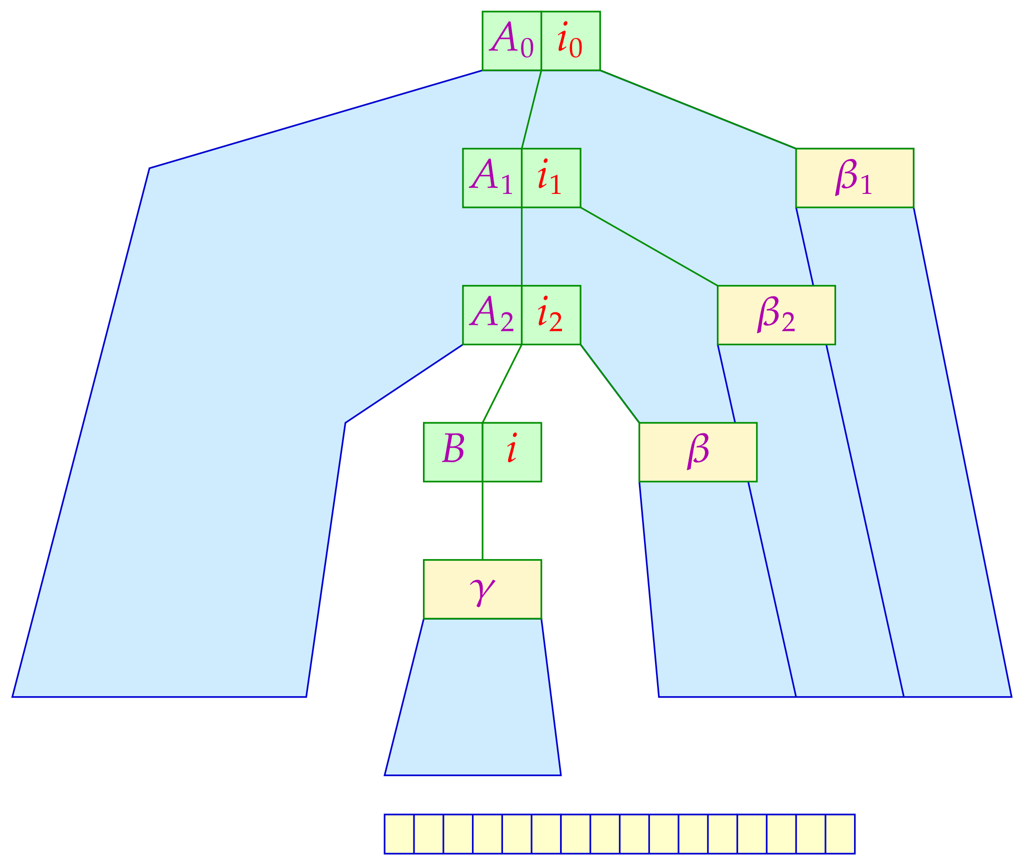


Die Vorausschau-Tabelle:

Wir setzen $M[\,[A \to \alpha \bullet B\,\beta\,,\,L],\,w] \;=\; i$ genau dann wenn (B, i) die Regel $B \to \gamma$ ist und: $w \in \mathsf{First}_k(\gamma) \odot \mathsf{First}_k(\beta) \odot L$

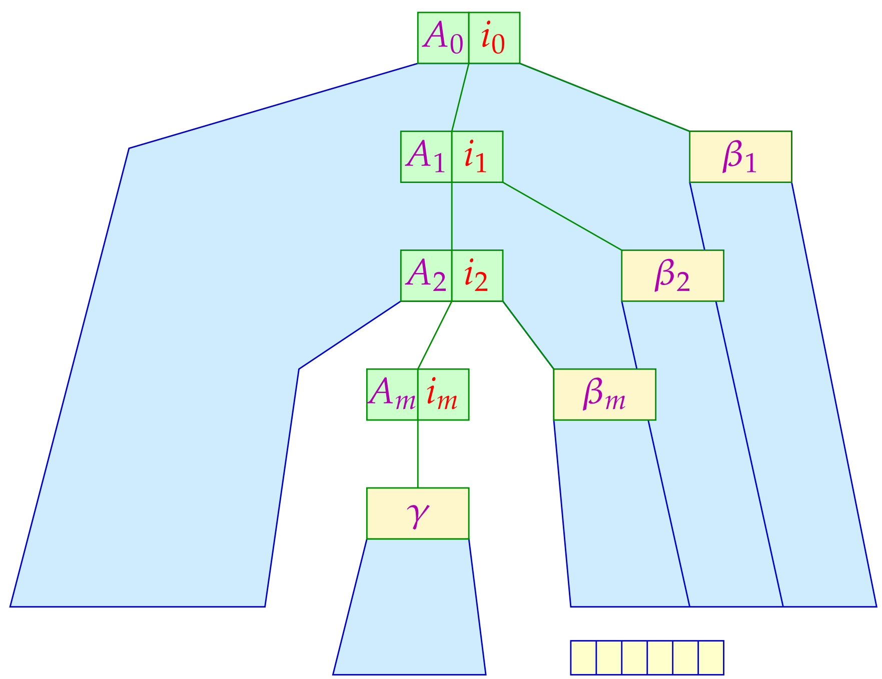
$$([A_0 \to \bullet\, \alpha_1\, A_1\, \beta_1,\ L_1],\ uv) \quad \vdash^* \quad ([A_0 \to \alpha_1 \bullet A_1\, \beta_1,\ L_1] \ldots [A_{m-1} \to \alpha_m \bullet A_m\, \beta_m,\ L_m],\ v)$$

$$\vdash^* \quad ([A_0 \to \alpha_1\, A_1\, \beta_1 \bullet,\ L_1],\ \epsilon) \quad \ldots \quad \text{gilt genau dann wenn:}$$

(1) $\alpha_1 \ldots \alpha_m \to^* u$

(2) $A_m\, \beta_m \ldots \beta_1 \to^* v$

(3) $L_m = \mathsf{First}_k(\beta_{m-1}) \odot \ldots \odot \mathsf{First}_k(\beta_1) \odot L_1$



Satz

Die reduzierte kontextfreie Grammatik G ist $LL(k)$ genau dann wenn die k-Vorausschau-Tabelle für alle benötigten erweiterten Items wohl-definiert ist.

Diskussion:

- Der erweiterte Item-Kellerautomat zusammen mit einer k-Vorausschau-Tabelle erlaubt die deterministische Rekonstruktion einer Links-Ableitung :-)
- Die Anzahl der Vorausschau-Mengen L kann sehr groß sein :-(
- ...

Beispiel: $\quad S \to \epsilon \quad | \quad a\,S\,b$

Die Übergänge des erweiterten Item-Kellerautomat $\quad (k = 1)$:

0	$[S' \to \bullet\, S, \{\epsilon\}]$	ϵ	$[S' \to \bullet\, S, \{\epsilon\}]\,[S \to \bullet, \{\epsilon\}]$
1	$[S' \to \bullet\, S, \{\epsilon\}]$	ϵ	$[S' \to \bullet\, S, \{\epsilon\}]\,[S \to \bullet\, a\,S\,b, \{\epsilon\}]$
2	$[S \to \bullet\, a\,S\,b, \{\epsilon\}]$	a	$[S \to a \bullet S\,b, \{\epsilon\}]$
	$[S \to \bullet\, a\,S\,b, \{b\}]$	a	$[S \to a \bullet S\,b, \{b\}]$
3	$[S \to a \bullet S\,b, \{\epsilon\}]$	ϵ	$[S \to a \bullet S\,b, \{\epsilon\}]\,[S \to \bullet, \{b\}]$
	$[S \to a \bullet S\,b, \{b\}]$	ϵ	$[S \to a \bullet S\,b, \{b\}]\,[S \to \bullet, \{b\}]$
4	$[S \to a \bullet S\,b.\{\epsilon\}]$	ϵ	$[S \to a \bullet S\,b.\{\epsilon\}]\,[S \to \bullet\, a\,S\,b, \{b\}]$
	$[S \to a \bullet S\,b.\{b\}]$	ϵ	$[S \to a \bullet S\,b.\{b\}]\,[S \to \bullet\, a\,S\,b, \{b\}]$
5	$[S \to a \bullet S\,b, \{\epsilon\}]\,[S \to \bullet, \{b\}]$	ϵ	$[S \to a\,S \bullet b, \{\epsilon\}]$
	$[S \to a \bullet S\,b, \{b\}]\,[S \to \bullet, \{b\}]$	ϵ	$[S \to a\,S \bullet b, \{b\}]$
	$\ldots$		$\ldots$

	$\dots$		$\dots$
6	$[S \to a \bullet S\, b, \{\epsilon\}]$ $[S \to a\, S\, b \bullet, \{b\}]$	ϵ	$[S \to a\, S \bullet b, \{\epsilon\}]$
	$[S \to a \bullet S\, b, \{b\}]$ $[S \to a\, S\, b \bullet, \{b\}]$	ϵ	$[S \to a\, S \bullet b, \{b\}]$
7	$[S \to a\, S \bullet b, \{\epsilon\}]$	b	$[S \to a\, S\, b \bullet, \{\epsilon\}]$
	$[S \to a\, S \bullet b, \{b\}]$	b	$[S \to a\, S\, b \bullet, \{b\}]$
8	$[S' \to \bullet\, S, \{\epsilon\}]$ $[S \to \bullet, \{\epsilon\}]$	ϵ	$[S' \to S \bullet, \{\epsilon\}]$
9	$[S' \to \bullet\, S, \{\epsilon\}]$ $[S \to a\, S\, b \bullet, \{\epsilon\}]$	ϵ	$[S' \to S \bullet, \{\epsilon\}]$

Die Vorausschau-Tabelle:

	ϵ	a	b
$[S' \to \bullet\, S, \{\epsilon\}]$	0	1	—
$[S \to a \bullet S\, b, \{\epsilon\}]$	—	1	0
$[S \to a \bullet S\, b, \{b\}]$	—	1	0

Beobachtung:

- Die auszuwählende Regel hängt hier ja gar nicht von den Erweiterungen der Items ab !!!
- Unter dieser Voraussetzung können wir den Item-Kellerautomaten ohne Erweiterung benutzen :-)
- Hängt die auszuwählende Regel nur von der aktuellen Vorausschau w ab, nennen wir G auch stark $LL(k)$ ...

Beobachtung:

- Die auszuwählende Regel hängt hier ja gar nicht von den Erweiterungen der Items ab !!!
- Unter dieser Voraussetzung können wir den Item-Kellerautomaten ohne Erweiterung benutzen :-)
- Hängt die auszuwählende Regel nur von der aktuellen Vorausschau w ab, nennen wir G auch stark $LL(k)$ ...

Wir definieren:

$$\text{Follow}_k(A) = \bigcup\{\text{First}_k(\beta) \mid S \rightarrow_L^* u\, A\, \beta\}\,.$$

Beobachtung:

- Die auszuwählende Regel hängt hier ja gar nicht von den Erweiterungen der Items ab !!!
- Unter dieser Voraussetzung können wir den Item-Kellerautomaten ohne Erweiterung benutzen :-)
- Hängt die auszuwählende Regel nur von der aktuellen Vorausschau w ab, nennen wir G auch stark $LL(k)$ ...

Wir definieren:

$$\mathsf{Follow}_k(A) = \bigcup\{\mathsf{First}_k(\beta) \mid S \rightarrow_L^* u\,A\,\beta\}\,.$$

Die reduzierte kontextfreie Grammatik G heißt stark $LL(k)$, falls für je zwei verschiedene $A \rightarrow \alpha\,,\; A \rightarrow \alpha' \in P$:

$$\mathsf{First}_k(\alpha) \odot \mathsf{Follow}_k(A) \;\cap\; \mathsf{First}_k(\alpha') \odot \mathsf{Follow}_k(A) = \emptyset$$

... im Beispiel: $S \to \epsilon \quad | \quad a\,S\,b$

$$\begin{array}{lcl} \text{Follow}_1(S) & = & \{\epsilon, b\} \\ & & \\ \text{First}_1(\epsilon) \odot \text{Follow}_1(S) & = & \{\epsilon\} \odot \{\epsilon, b\} \quad = \quad \{\epsilon, b\} \\ \text{First}_1(a\,S\,b) \odot \text{Follow}_1(S) & = & \{a\} \odot \{\epsilon, b\} \quad = \quad \{a\} \end{array}$$

Wir schließen: Die Grammatik ist in der Tat stark $LL(1)$:-)

Ist G eine starke $LL(k)$-Grammatik, können wir die Vorausschau-Tabelle statt mit (erweiterten) Items mit Nichtterminalen indizieren :-)

Wir setzen $M[B,\ w] = i$ genau dann wenn (B, i) die Regel $B \to \gamma$ ist und: $w \in \mathsf{First}_k(\gamma) \odot \mathsf{Follow}_k(B)$.

... im Beispiel:

$$S \to \epsilon \quad | \quad a\,S\,b$$

	ϵ	a	b
S	0	1	0

Ist G eine starke $LL(k)$-Grammatik, können wir die Vorausschau-Tabelle statt mit (erweiterten) Items mit Nichtterminalen indizieren :-)

Wir setzen $M[B, w] = i$ genau dann wenn (B, i) die Regel $B \to \gamma$ ist und: $w \in \mathsf{First}_k(\gamma) \odot \mathsf{Follow}_k(B)$.

... im Beispiel:

$$S \to \epsilon \quad | \quad a\,S\,b$$

	ϵ	a	b
S	0	1	0

Satz

- Jede starke $LL(k)$-Grammatik ist auch $LL(k)$:-)
- Jede $LL(1)$-Grammatik ist bereits stark $LL(1)$:-))

Beweis:

Sei G stark $LL(k)$.

Betrachte eine Ableitung $S \rightarrow_L^* u\, A\, \beta$ und Regeln $A \rightarrow \alpha\,,\ A \rightarrow \alpha' \in P$.

Dann haben wir:

$$\begin{aligned}
\mathsf{First}_k(\alpha\,\beta) \cap \mathsf{First}_k(\alpha'\,\beta) &= \mathsf{First}_k(\alpha) \odot \mathsf{First}_k(\beta) \cap \mathsf{First}_k(\alpha') \odot \mathsf{First}_k(\beta) \\
&\subseteq \mathsf{First}_k(\alpha) \odot \mathsf{Follow}_k(A) \cap \mathsf{First}_k(\alpha') \odot \mathsf{Follow}_k(A) \\
&= \emptyset
\end{aligned}$$

Folglich ist G auch $LL(k)$:-)

Sei G $LL(1)$.

Betrachte zwei verschiedene Regeln $A \to \alpha\,,\ A \to \alpha' \ \in \ P$.

Fall 1: $\epsilon \in \mathsf{First}_1(\alpha) \cap \mathsf{First}_1(\alpha')$.

Dann kann G nicht $LL(1)$ sein :-)

Sei G $LL(1)$.

Betrachte zwei verschiedene Regeln $A \to \alpha\,,\; A \to \alpha' \;\in\; P$.

Fall 1: $\epsilon \in \mathsf{First}_1(\alpha) \cap \mathsf{First}_1(\alpha')$.

Dann kann G nicht $LL(1)$ sein :-)

Fall 2: $\epsilon \notin \mathsf{First}_1(\alpha) \cup \mathsf{First}_1(\alpha')$.

Sei $S \to_L^* u\, A\, \beta$. Da G $LL(1)$ ist, gilt:

$$
\begin{aligned}
\mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{Follow}_1(A) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \odot \mathsf{Follow}_1(A) \\
&= \mathsf{First}_1(\alpha) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \\
&= \mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{First}_1(\beta) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \odot \mathsf{First}_1(\beta) \\
&= \emptyset
\end{aligned}
$$

Fall 3: $\epsilon \in \mathsf{First}_1(\alpha)$ und $\epsilon \notin \mathsf{First}_1(\alpha')$.

Dann gilt:

$$
\begin{aligned}
\mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{Follow}_1(A) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \odot \mathsf{Follow}_1(A) \\
&= \mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{Follow}_1(A) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \\
&= \mathsf{First}_1(\alpha) \odot (\bigcup\{\mathsf{First}_1(\beta) \mid S \rightarrow_L^* u\,A\,\beta\}) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \\
&= (\bigcup\{\mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{First}_1(\beta) \mid S \rightarrow_L^* u\,A\,\beta\}) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \\
&= \bigcup\{\mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{First}_1(\beta) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \mid S \rightarrow_L^* u\,A\,\beta\} \\
&= \bigcup\{\emptyset \mid S \rightarrow_L^* u\,A\,\beta\} \\
&= \emptyset
\end{aligned}
$$

Fall 3: $\epsilon \in \mathsf{First}_1(\alpha)$ und $\epsilon \notin \mathsf{First}_1(\alpha')$.

Dann gilt:

$$\begin{aligned}
&\mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{Follow}_1(A) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \odot \mathsf{Follow}_1(A) \\
&\qquad = \mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{Follow}_1(A) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \\
&\qquad = \mathsf{First}_1(\alpha) \odot (\bigcup\{\mathsf{First}_1(\beta) \mid S \rightarrow^*_L u\, A\, \beta\}) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \\
&\qquad = (\bigcup\{\mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{First}_1(\beta) \mid S \rightarrow^*_L u\, A\, \beta\}) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \\
&\qquad = \bigcup\{\mathsf{First}_1(\alpha) \odot \mathsf{First}_1(\beta) \cap \mathsf{First}_1(\alpha') \mid S \rightarrow^*_L u\, A\, \beta\} \\
&\qquad = \bigcup\{\emptyset \mid S \rightarrow^*_L u\, A\, \beta\} \\
&\qquad = \emptyset
\end{aligned}$$

Fall 4: $\epsilon \notin \mathsf{First}_1(\alpha)$ und $\epsilon \in \mathsf{First}_1(\alpha')$: analog :-)

Beispiel:

$$\begin{array}{lll} S & \rightarrow & a\,A\,a\,a^{\,0} \;\mid\; b\,A\,b\,a^{\,1} \\ A & \rightarrow & b^{\,0} \;\mid\; \epsilon^{\,1} \end{array}$$

Offenbar ist die Grammatik $LL(2)$:-) Andererseits gilt:

$$\begin{array}{ll} \multicolumn{2}{l}{\mathsf{First}_2(b) \odot \mathsf{Follow}_2(A) \;\cap\; \mathsf{First}_2(\epsilon) \odot \mathsf{Follow}_2(A)} \\ = & \{b\} \odot \{a\,a\,,\; b\,a\} \;\cap\; \{\epsilon\} \odot \{a\,a\,,\; b\,a\} \\ = & \{b\,a\,,\; b\,b\} \;\cap\; \{a\,a\,,\; b\,a\} \\ \neq & \emptyset \end{array}$$

Folglich ist die Grammatik nicht stark $LL(2)$:-(

Beispiel:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & a\,A\,a\,a^{\,0} \mid b\,A\,b\,a^{\,1} \\ A & \rightarrow & b^{\,0} \mid \epsilon^{\,1} \end{array}$$

Offenbar ist die Grammatik $LL(2)$:-) Andererseits gilt:

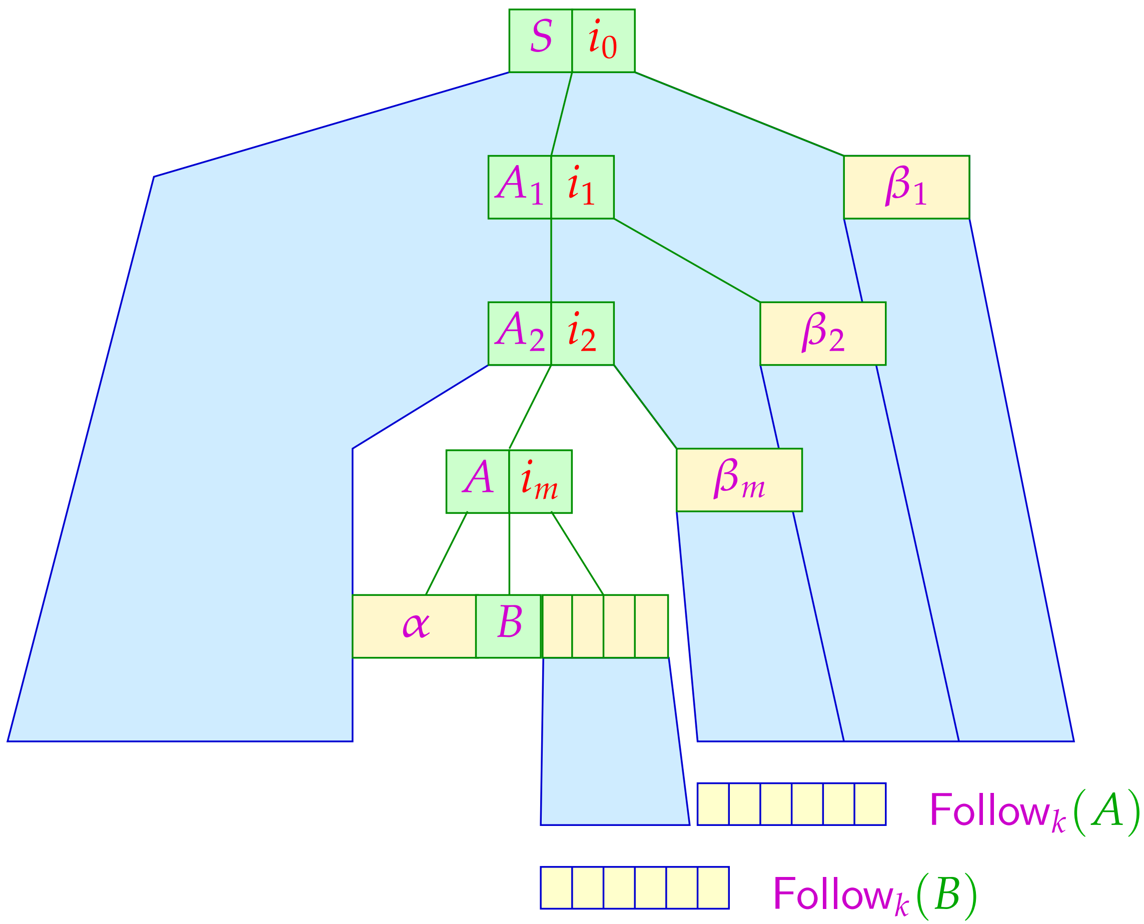
$$\begin{array}{rl} \multicolumn{2}{l}{\mathsf{First}_2(b) \odot \mathsf{Follow}_2(A) \;\cap\; \mathsf{First}_2(\epsilon) \odot \mathsf{Follow}_2(A)} \\ = & \{b\} \odot \{a\,a\,,\,b\,a\} \;\cap\; \{\epsilon\} \odot \{a\,a\,,\,b\,a\} \\ = & \{b\,a\,,\,b\,b\} \;\cap\; \{a\,a\,,\,b\,a\} \\ \neq & \emptyset \end{array}$$

Folglich ist die Grammatik nicht stark $LL(2)$:-(

Wir schließen:

- Für $k > 1$ ist nicht jede $LL(k)$-Grammatik automatisch stark $LL(k)$.
- Zu jeder $LL(k)$-Grammatik kann jedoch eine äquivalente starke $LL(k)$-Grammatik konstruiert werden $\Longrightarrow$ Übung!

Berechnung von $\text{Follow}_k(B)$:



Berechnung von $\mathsf{Follow}_k(B)$:

Idee:

- Wir stellen ein Ungleichungssystem auf :-)
- ϵ ist ein möglicher rechter Kontext von S :-)
- Mögliche rechte Kontexte der linken Seite einer Regel propagieren wir ans Ende jeder rechten Seite ...

... im Beispiel: $S \to \epsilon \mid a\,S\,b$

$$\begin{array}{lll} \mathsf{Follow}_k(S) & \supseteq & \{\epsilon\} \\ \mathsf{Follow}_k(S) & \supseteq & \{b\} \odot \mathsf{Follow}_k(S) \end{array}$$

Allgemein:

$$\begin{array}{lll} \mathsf{Follow}_k(S) & \supseteq & \{\epsilon\} \\ \mathsf{Follow}_k(B) & \supseteq & \mathsf{First}_k(X_1) \odot \ldots \odot \mathsf{First}_k(X_m) \odot \mathsf{Follow}_k(A) \\ & & \text{für} \quad A \to \alpha\, B\, X_1 \ldots X_m \in P \end{array}$$

Diskussion:

- Man überzeugt sich, dass die kleinste Lösung dieses Ungleichungssystems tatsächlich die Mengen $\mathsf{Follow}_k(B)$ liefert :-)
- Die Größe der auftretenden Mengen steigt mit k rapide :-(
- In praktischen Systemen wird darum meist nur der Fall $k = 1$ implementiert ...

2.5 Schnelle Berechnung von Vorausschau-Mengen

Im Fall $k = 1$ lassen sich First, Follow besonders effizient berechnen ;-)

Beobachtung:

Seien $L_1, L_2 \subseteq T \cup \{\epsilon\}$ mit $L_1 \neq \emptyset \neq L_2$. Dann ist:

$$L_1 \odot L_2 = \begin{cases} L_1 & \text{falls} \quad \epsilon \notin L_1 \\ (L_1 \backslash \{\epsilon\}) \cup L_2 & \text{sonst} \end{cases}$$

Ist G reduziert, sind alle Mengen $\text{First}_1(A)$ nichtleer :-)

Idee:

- Behandle ϵ separat!

  Sei $\mathsf{empty}(X) = \mathsf{true}$ gdw. $X \rightarrow^* \epsilon$.

- Definiere die ϵ-freien First_1-Mengen

$$
\begin{array}{lllll}
F_\epsilon(a) & = & \{a\} & \text{für} & a \in T \\
F_\epsilon(A) & = & \mathsf{First}_1(A) \backslash \{\epsilon\} & \text{für} & A \in N
\end{array}
$$

- Konstruiere direkt ein Ungleichungssystem für $F_\epsilon(A)$:

$$
F_\epsilon(A) \quad \supseteq \quad F_\epsilon(X_j) \qquad \text{falls} \quad A \rightarrow X_1 \ldots X_m \in P, \quad \mathsf{empty}(X_1) \wedge \ldots \wedge \mathsf{empty}(X_{j-1})
$$

... im Beispiel:

$$
\begin{array}{lllllll}
E & \rightarrow & E+T & \mid & T & & \\
T & \rightarrow & T*F & \mid & F & & \\
F & \rightarrow & (\ E\ ) & \mid & \mathsf{name} & \mid & \mathsf{int}
\end{array}
$$

wobei $\mathsf{empty}(E) = \mathsf{empty}(T) = \mathsf{empty}(F) = \mathsf{false}$.

Deshalb erhalten wir:

$$
\begin{array}{lllllll}
F_\epsilon(S') & \supseteq & F_\epsilon(E) & \quad & F_\epsilon(E) & \supseteq & F_\epsilon(E) \\
F_\epsilon(E) & \supseteq & F_\epsilon(T) & \quad & F_\epsilon(T) & \supseteq & F_\epsilon(T) \\
F_\epsilon(T) & \supseteq & F_\epsilon(F) & \quad & F_\epsilon(F) & \supseteq & \{\ (\ ,\mathsf{name},\mathsf{int}\}
\end{array}
$$

Entsprechend konstruieren wir zur Berechnung von Follow_1 :

$$
\begin{array}{lllll}
\mathsf{Follow}_1(S) & \supseteq & \{\epsilon\} & & \\
\mathsf{Follow}_1(B) & \supseteq & F_\epsilon(X_j) & \text{falls} & A \to \alpha\, B\, X_1 \ldots X_m \;\in P, \\
 & & & & \mathsf{empty}(X_1) \wedge \ldots \wedge \mathsf{empty}(X_{j-1}) \\
\mathsf{Follow}_1(B) & \supseteq & \mathsf{Follow}_1(A) & \text{falls} & A \to \alpha\, B\, X_1 \ldots X_m \;\in P, \\
 & & & & \mathsf{empty}(X_1) \wedge \ldots \wedge \mathsf{empty}(X_m)
\end{array}
$$

Entsprechend konstruieren wir zur Berechnung von Follow_1 :

$$\begin{array}{lll} \mathsf{Follow}_1(S) & \supseteq & \{\epsilon\} \\ \mathsf{Follow}_1(B) & \supseteq & F_\epsilon(X_j) \qquad \text{falls} \quad A \to \alpha\, B\, X_1 \dots X_m \ \in P, \\ & & \qquad\qquad\qquad\quad \mathsf{empty}(X_1) \wedge \ldots \wedge \mathsf{empty}(X_{j-1}) \\ \mathsf{Follow}_1(B) & \supseteq & \mathsf{Follow}_1(A) \qquad \text{falls} \quad A \to \alpha\, B\, X_1 \dots X_m \ \in P, \\ & & \qquad\qquad\qquad\qquad \mathsf{empty}(X_1) \wedge \ldots \wedge \mathsf{empty}(X_m) \end{array}$$

... im Beispiel:

$$\begin{array}{lllll} E & \to & E + T & \mid & T \\ T & \to & T * F & \mid & F \\ F & \to & (\ E\ ) & \mid & \mathsf{name} \quad \mid \quad \mathsf{int} \end{array}$$

Entsprechend konstruieren wir zur Berechnung von $\textsf{Follow}_1$:

$$
\begin{array}{lllll}
\textsf{Follow}_1(S) & \supseteq & \{\epsilon\} & & \\
\textsf{Follow}_1(B) & \supseteq & F_\epsilon(X_j) & \text{falls} & A \to \alpha\, B\, X_1 \ldots X_m \;\in P, \\
& & & & \textsf{empty}(X_1) \wedge \ldots \wedge \textsf{empty}(X_{j-1}) \\
\textsf{Follow}_1(B) & \supseteq & \textsf{Follow}_1(A) & \text{falls} & A \to \alpha\, B\, X_1 \ldots X_m \;\in P, \\
& & & & \textsf{empty}(X_1) \wedge \ldots \wedge \textsf{empty}(X_m)
\end{array}
$$

... im Beispiel:

$$
\begin{array}{lllllll}
E & \to & E + T & \mid & T & & \\
T & \to & T * F & \mid & F & & \\
F & \to & (\ E\ ) & \mid & \textsf{name} & \mid & \textsf{int}
\end{array}
$$

... erhalten wir:

$$
\begin{array}{lllllll}
\textsf{Follow}_1(S') & \supseteq & \{\epsilon\} & & \textsf{Follow}_1(E) & \supseteq & \textsf{Follow}_1(S') \\
\textsf{Follow}_1(E) & \supseteq & \{+,)\,\} & & \textsf{Follow}_1(T) & \supseteq & \{*\} \\
\textsf{Follow}_1(T) & \supseteq & \textsf{Follow}_1(E) & & \textsf{Follow}_1(F) & \supseteq & \textsf{Follow}_1(T)
\end{array}
$$

Diskussion:

- Diese Ungleichungssysteme bestehen aus Ungleichungen der Form:

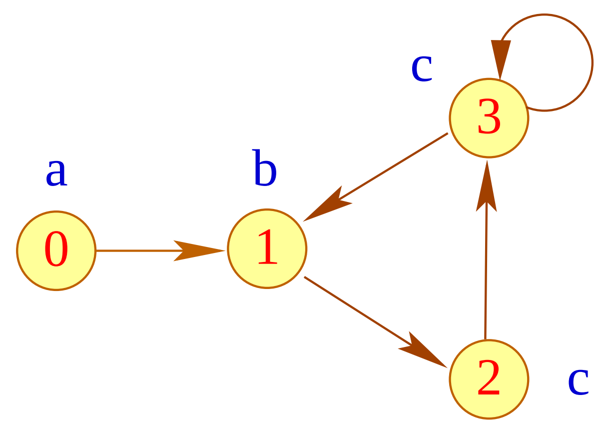
$$x \sqsupseteq y \qquad \text{bzw.} \qquad x \sqsupseteq d$$

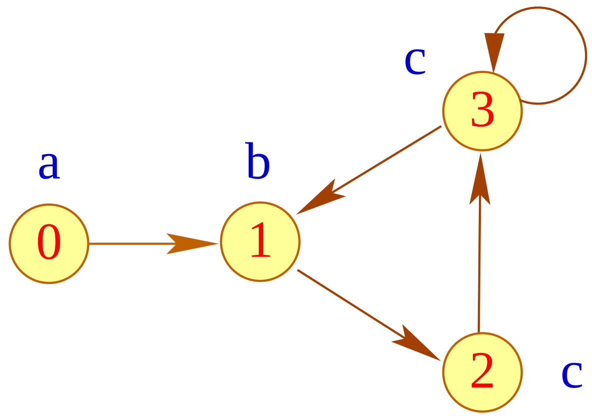
für Variablen x, y und $d \in \mathbb{D}$.

- Solche Ungleichungssysteme heißen reine Vereinigungs-Probleme :-)
- Diese Probleme können mit linearem Aufwand gelöst werden ...

Beispiel: $\mathbb{D} = 2^{\{a,b,c\}}$

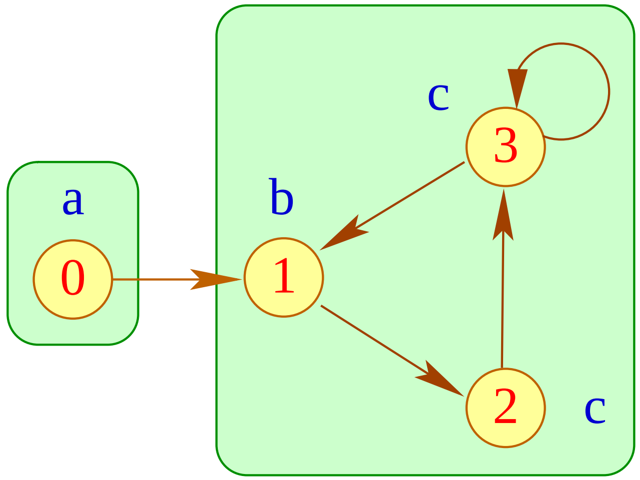
$$\begin{array}{lll}
x_0 \supseteq \{a\} & & \\
x_1 \supseteq \{b\} & x_1 \supseteq x_0 & x_1 \supseteq x_3 \\
x_2 \supseteq \{c\} & x_2 \supseteq x_1 & \\
x_3 \supseteq \{c\} & x_3 \supseteq x_2 & x_3 \supseteq x_3
\end{array}$$





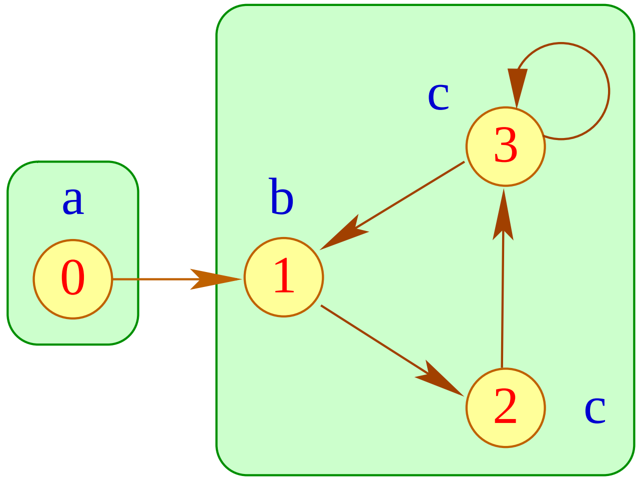
Vorgehen:

- Konstruiere den Variablen-Abhängigkeitsgraph zum Ungleichungssystem.



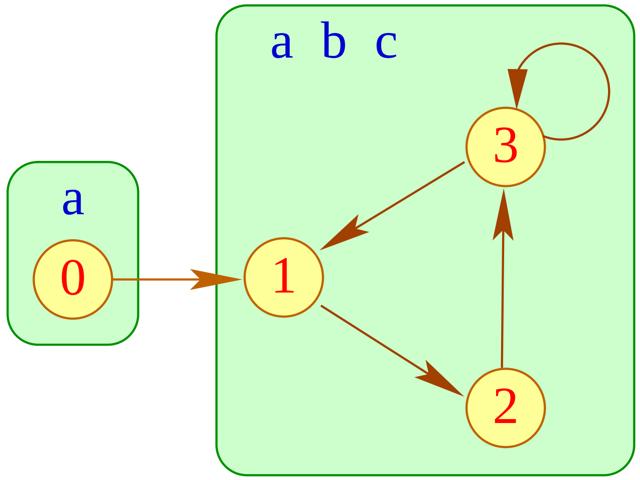
Vorgehen:

- Konstruiere den Variablen-Abhängigkeitsgraph zum Ungleichungssystem.
- Innerhalb einer starken Zusammenhangskomponente haben alle Variablen den gleichen Wert :-)



Vorgehen:

- Konstruiere den Variablen-Abhängigkeitsgraph zum Ungleichungssystem.
- Innerhalb einer starken Zusammenhangskomponente haben alle Variablen den gleichen Wert :-)
- Hat eine SZK keine eingehenden Kanten, erhält man ihren Wert, indem man die kleinste obere Schranke aller Werte in der SZK berechnet :-)

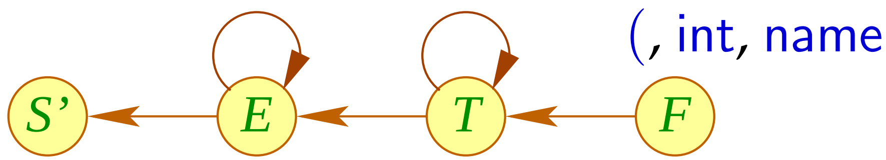


Vorgehen:

- Konstruiere den Variablen-Abhängigkeitsgraph zum Ungleichungssystem.
- Innerhalb einer starken Zusammenhangskomponente haben alle Variablen den gleichen Wert :-)
- Hat eine SZK keine eingehenden Kanten, erhält man ihren Wert, indem man die kleinste obere Schranke aller Werte in der SZK berechnet :-)
- Gibt es eingehende Kanten, muss man zusätzlich die Werte an deren Startknoten hinzufügen :-)

... für unsere Beispiel-Grammatik:

First$_1$:



Follow$_1$: